

Prefazione

Un po' emozionato per l'inizio di una nuova fase della tua vita, un po' orgogliosa per aver scelto di iscriverti a un corso di laurea di una Facoltà notoriamente difficile come Ingegneria o Scienze, incuriosito dai nuovi colleghi e dalle nuove colleghe con cui dividerai questa avventura, pronta a criticare o ammirare i nuovi professori e le nuove professoresse che stai per incontrare (sei all'università, ora!), affronti le prime lezioni di un corso chiamato *Geometria* aspettandoti di rivedere quadrati e triangoli, o magari sperando di imparare finalmente qualcosa su sfere e parallelepipedi. E invece nel giro di poche settimane ti trovi immerso in nozioni astruse tipo “spazi vettoriali di dimensione n ”, o peggio ancora in manipolazioni apparentemente prive di senso di tabelle di numeri chiamate per qualche misterioso motivo “matrici”. Ti viene promesso che un giorno tutto ciò ti sarà utile, ma per il momento a volte non capisci neppure se c'è una relazione fra quanto studiato per anni e la serie di concetti astratti propinati spesso quasi senza motivazioni.

Eppure la relazione c'è, forte, e anche l'utilità è indubbia. Il corpo di argomenti che viene tradizionalmente insegnato nel primo corso di Geometria delle università italiane è stato creato pazientemente negli ultimi due secoli per rispondere a problemi ben precisi, sia applicativi sia interni alla Matematica, e molti di questi problemi sono di interesse immediato anche per uno studente del primo anno. Per esempio, lo studio dei sistemi lineari conduce in maniera naturale agli spazi vettoriali e alle applicazioni lineari; lo sforzo di astrazione viene poi ripagato da risultati quali il teorema di Rouché-Capelli o il teorema della dimensione che, affiancati da appropriate tecniche di calcolo sullo stile dell'eliminazione di Gauss, permettono di risolvere efficacemente problemi che tu stessa ti eri posta sui sistemi lineari. E una volta entrati all'interno della teoria diventa facile trovare ulteriori motivazioni per proseguire, vedendo da prospettive nuove e illuminanti quanto conoscevi già.

Dopo un simile preambolo non ti sarà difficile immaginare qual è una delle caratteristiche principali di questo testo: l'abbondanza di motivazioni ed esempi. Ogni nuovo concetto è collegato a qualcosa che già conosci, e che ne giustifica l'introduzione; e numerosi esempi vengono discussi per darti la possibilità di vedere in concreto il significato delle nuove nozioni e i possibili fenomeni che si possono presentare. Una certa enfasi è posta anche sulle tecniche di calcolo, con l'obiettivo di fornirti prima possibile i mezzi per operare autonomamente con i nuovi concetti;

ma tutte le tecniche sono rigorosamente dimostrate e inquadrare nel contesto, in modo da evitare che divengano delle semplici macchinette da utilizzare anche a sproposito senza capirne davvero il funzionamento.

Un altro problema che si deve affrontare studiando argomenti matematici (di qualunque livello, non solo al primo anno d'università) è che la semplice lettura del testo non basta. Un ragionamento matematico è per sua stessa natura una successione logica di argomenti; viene quindi naturale seguire i singoli passaggi senza porsi problemi (del resto, è tutto logico) per poi ritrovarsi in fondo al capitolo e accorgersi: primo, di non saper risolvere un solo esercizio; secondo, di non aver minimamente capito perché siano stati fatti certi ragionamenti piuttosto che altri; terzo, di non essere assolutamente in grado di ricostruirli. Per cercare di prevenire il problema questo testo (prefazione compresa...) è stato scritto con uno stile che invita a una lettura attiva. In punti strategici ti sarà chiesto di verificare subito se hai capito il motivo di certi passaggi; e abbiamo sistematicamente preferito dimostrazioni che mostrano chiaramente cosa sta accadendo e perché ad altre magari più brevi o eleganti ma più oscure. Inoltre, per invogliarti ulteriormente a interagire con ciò che leggi, il testo (come avrai già notato) si rivolge al lettore direttamente in seconda persona. Infine, ciascun capitolo è corredato da numerosi esercizi per permettere di verificare la comprensione sia teorica che pratica di quanto studiato.

Gli argomenti presentati sono stati scelti fra quelli che hanno dimostrato sul campo la loro importanza per la preparazione di qualsiasi ingegnere o scienziato: vettori applicati, sistemi lineari, spazi vettoriali, applicazioni lineari, matrici, determinanti, prodotti scalari, autovalori e autovettori, teorema spettrale, geometria affine e metrica. L'idea di fondo è, tutto sommato, quella originale di Cartesio: la scelta di un sistema di riferimento permette di trattare con tecniche algebriche problemi geometrici. Come tutte le grandi idee, si è sviluppata ben oltre quanto il suo stesso creatore avesse immaginato, e le tecniche di Algebra Lineare che imparerai in questo testo hanno applicazioni in quasi ogni campo della Scienza e dell'Ingegneria. E permettono una trattazione elegante ed efficiente della Geometria Analitica, come vedremo parlando di rette e piani, distanze e angoli, coniche e quadriche, giustificando ampiamente anche nel loro alveo natale lo sforzo di astrazione che (indubbiamente) ti sarà richiesto per imparare a padroneggiarle. Ma il risultato finale ricompenserà ampiamente lo sforzo, sia per te che riterrai la Matematica un utile strumento da usare quando serve, sia per te che ne sarai affascinato e la esplorerai proseguendo ben oltre il contenuto di questo testo introduttivo.

È infine giunto il momento, inevitabile quanto gradito, dei ringraziamenti. Se questo libro ti piacerà, ti sarà utile, o almeno non ti annoierà troppo, il merito è (anche...) di Leonardo Biliotti (che ha pazientemente riletto tutto il manoscritto segnalandoci i numerosi errori che naturalmente vi avevamo lasciato apposta per non farlo sentire inutile), Adele Manzella, Chiara Tartara, Francesca Tovenà — e, soprattutto, di tutti i nostri studenti di questi anni. Infine, vogliamo dedicare questo libro a Pino Abate, che è riuscito nell'incredibile impresa di continuare a insegnare a suo figlio a scrivere anche dopo che questi si era messo a fare il matematico, trasmettendogli il suo amore per i libri, e per la vita.

*Marco Abate
Chiara de Fabritiis*