

ANNO ACCADEMICO 2015–16

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

PRIMO COMPITINO — TESTO B

PROFF. MARCO ABATE E MARGHERITA LELLI-CHIESA

18 gennaio 2016

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di laurea _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Determina, motivando la risposta, se la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \frac{1 - 4x^2}{x^2 + 1}$$

è iniettiva.

Esercizio 2. Scrivi un vettore di lunghezza 1 ortogonale al piano di equazione $3x + 2y - z = 3$. Quanti ce ne sono?

Esercizio 3. Esiste un $k \in \mathbb{R}$ per cui il sistema

$$\begin{cases} kx + 3y = 3, \\ x - 2y = 2, \end{cases}$$

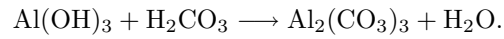
ammette soluzione? Se pensi che la risposta sia affermativa, indica tutti i valori di k per cui il sistema ha soluzione, e descrivi le soluzioni; se pensi che la risposta sia negativa, spiega perché.

SECONDA PARTE

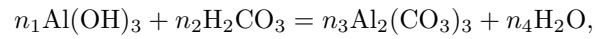
Esercizio 4.

- (a) Scrivi un'equazione cartesiana del piano α passante per il punto $A = (-2, 1, 0)$ e parallelo al piano β di equazione $3x + y - z = 0$.
- (b) Scrivi delle equazioni parametriche della retta r passante per il punto $B = (3, 2, 5)$ e ortogonale ai piani α e β .
- (c) Trova le coordinate del punto P intersezione della retta r con il piano α .

Esercizio 5. Bilancia la seguente reazione chimica, risolvendo esplicitamente un sistema lineare:



[*Suggerimento:* bilanciare questa reazione chimica significa trovare i più piccoli numeri naturali n_1 , n_2 , n_3 e n_4 per cui si abbia



dove l'uguaglianza indica che il numero di atomi di ciascun elemento è lo stesso sia a sinistra sia a destra dell'uguale.]

Esercizio 6. Al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ studia (cioè determina per quali valori del parametro ammette soluzione, e in tal caso trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} -3x + z = 2a, \\ ax + y = 2 + a, \\ -ax + ay = 0, \end{cases}$$