

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B

RECUPERO COMPITINI 2-3

PROF. MARCO ABATE

11 aprile 2007

ATTENZIONE: Questi compiti sono destinati **unicamente a chi ha superato con successo solo il primo compito**. Scegli uno dei due testi proposti, o il testo del compito finale, e svolgilo. Le istruzioni (sono sempre le solite e) sono riportate prima del testo del compito finale.

1. RECUPERO SECONDO COMPITINO

1.1. Secondo Compitino, Prima Parte.

Esercizio 1.1. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ data da $f(x) = x^2$ è invertibile?

Esercizio 1.2. La mediana di quattro numeri reali può essere maggiore del massimo dei quattro numeri?

Esercizio 1.3. Per i punti $(1, 2)$, $(2, 5)$ e $(4, 11)$ passa una retta? Se sì quale, se no perché?

1.2. Secondo Compitino, Seconda Parte.

Esercizio 1.4. Misuri l'altezza di un albero in funzione del tempo. Quando hai iniziato l'esperimento ($t = 0$), l'altezza dell'albero era di 1.00 m. Dopo una settimana ($t = 1$) l'altezza dell'albero era di 1.04 m. Dopo due settimane ($t = 2$), di 1.10 m. Supponendo che l'altezza dipenda in modo quadratico dal tempo, trova la funzione che esprime la crescita dell'albero. La funzione che hai trovato può rappresentare la crescita dell'albero anche per tempi precedenti all'inizio della tua misurazione? A partire da quando? Perché?

Esercizio 1.5. Scrivi l'espressione esplicita di una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ periodica, continua e con un massimo nel punto $(1, 1)$ e un minimo nel punto $(3, -5)$.

Esercizio 1.6. Un corpo caldo viene raffreddato a contatto con l'aria. I dati della temperatura (T) nel tempo (t), oltre ad alcuni altri dati ricavati da questi, sono riportati nella Tabella 1.

t	T	Tt	t^2	T^2	$\ln T$	$\ln T \ln t$	$\ln t$	$(\ln T)^2$	e^t	$T \ln t$	$t \ln T$
0.5	80	40	0.25	6400	4.38	-3.02	-0.69	19.20	1.65	-55.45	2.19
1	60	60	1	3600	4.09	0	0	16.76	2.72	0	4.09
2	35	70	4	1225	3.56	2.46	0.69	12.64	7.39	24.26	7.11
3	20	60	9	400	3.00	3.30	1.10	8.97	20.09	21.97	8.99
4	15	60	16	225	2.71	3.77	1.39	7.33	54.60	20.79	10.83
5	10	50	25	100	2.30	3.70	1.61	5.30	148.41	16.09	11.51
6	5	30	36	25	1.61	2.88	1.79	2.59	403.43	8.96	9.66
8	2	16	64	4	0.69	1.44	2.08	0.48	2980.96	4.16	5.55
9	1	9	81	1	0	0	2.20	0	8103.08	2.20	0
4.55	23.10	41.60	28.53	1198.90	2.23	1.45	1.02	7.33	1281.90	4.88	6.76

TABELLA 1. Temperatura (T), tempo (t) misurati e alcune grandezze derivate. **Nell'ultima riga, in grassetto, sono indicate le medie**

- (1) Trova la migliore interpolazione lineare ($T = mt + d$) alla dipendenza fra la temperatura e il tempo. È una buona interpolazione?
- (2) Trova la migliore interpolazione esponenziale ($T = ce^{kx}$) alla dipendenza fra la temperatura e il tempo. È una buona interpolazione?
- (3) Quale fra queste due interpolazioni è la migliore?

2. RECUPERO TERZO COMPITINO

2.1. Terzo Compitino, Prima Parte.

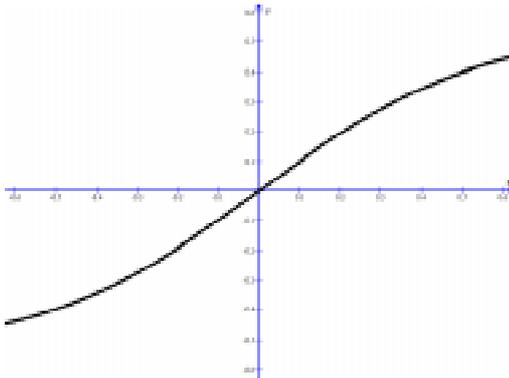
Esercizio 2.1. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 10x^5 - x$ è crescente? Perché?

Esercizio 2.2. Calcola il seguente integrale

$$\int_{-1}^0 (3x^2 + 2x + 1) dx .$$

Esercizio 2.3. Quale tra le seguenti può essere l'espressione analitica della funzione rappresentata nel grafico?

- (1) $f_1(x) = \frac{x}{x^2+1}$;
- (2) $f_2(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$;
- (3) $f_3(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$;
- (4) $f_4(x) = x(x^2 - 1)$.



2.2. Terzo Compitino, Seconda Parte.

Esercizio 2.4. Studiando la crescita della popolazione di rane in uno stagno, giungi alla conclusione che il numero N di individui varia nel tempo secondo la funzione

$$N(t) = 100 + 50 \frac{e^t - 1}{e^t + 1} .$$

Studia la funzione N (anche per tempi negativi).

Esercizio 2.5. Trova le migliori approssimazioni lineare e quadratica della funzione $f(x) = xe^x$ in $x_0 = 1$.

Esercizio 2.6. Sia X una variabile aleatoria con densità di probabilità data da

$$f_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \leq -1 \\ \frac{3}{4}(1 - x^2) & \text{se } -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$$

- (1) Qual è la funzione di distribuzione $F_X(t) = P\{X \leq t\}$ di X ?
- (2) Qual è il valor medio $E(X)$ di X ?
- (3) Qual è la varianza $\text{Var}(X)$ di X ?