

ANNO ACCADEMICO 2015–16

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**

**TERZO SCRITTO**

PROFF. MARCO ABATE E MARGHERITA LELLI-CHIESA

**15 settembre 2016**

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Corso di studio \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = [\arctan x]^2$$

è iniettiva?

**Esercizio 2.** Calcola l'area della regione di piano delimitata dall'asse delle ascisse e dal grafico della funzione  $f(x) = x^3 + 1$  nell'intervallo  $[-1, 1]$ .

**Esercizio 3.** Trova un vettore  $w$  di lunghezza 2 ortogonale al vettore  $v_0 = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ . Quanti ce ne sono?

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio

- (i) di una funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dispari, con  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ;
- (ii) di una funzione  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , continua su tutto  $\mathbb{R}$ , tale che la retta tangente al suo grafico in  $x = 1$  abbia equazione  $y = 2ex$ ;
- (iii) di una funzione  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  periodica di periodo  $P = 4$ , con valore massimo  $A = 2$  e valore minimo  $a = -1$ .

**Esercizio 5.** Al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$  studia (cioè determina per quali valori di  $a$  il sistema ha soluzione, e in tal caso determina tutte le soluzioni) il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z + w = 4, \\ ax + z - w = 0, \\ -y + aw = -1, \\ x + y + 2z = 4. \end{cases}$$

**Esercizio 6.** Il numero di individui in una popolazione di armadilli dello Yucatan segue l'andamento (misurato in anni) dato dalla funzione:

$$N(t) = \frac{600 t^2 \arctan(t)}{\pi(1+t^2)} + 300.$$

- (i) Studia la funzione  $N(t)$  (anche per  $t < 0$ ), tralasciando lo studio del segno della derivata seconda.
- (ii) Trova, se esistono, i flessi orizzontali della funzione  $N$ . [*Suggerimento*: per rispondere a questa domanda non è necessario calcolare la derivata seconda.]
- (iii) Secondo te, la derivata prima ha un massimo locale nella semiretta  $[0, +\infty)$ ? [*Suggerimento*: anche per rispondere a questa domanda non serve calcolare la derivata seconda.]
- (iv) Cosa puoi dedurre sul lontano futuro degli armadilli in Yucatan?