GEOMETRIA 2
Compito del 10 Giugno 2014

Esercizio 1. Siano K_1, K_2, K_3 compatti in $\mathbb{R}^n$ dotato della topologia euclidea con $K_1 \subset \mathring{K}_2$ e $K_2 \subset \mathring{K}_3$.
Sia σ la famiglia dei sottoinsiemi di K_3 così definita:

$$\Omega \in \sigma \iff \Omega \text{ è un aperto euclideo tale che } \Omega \cap K_1 = \emptyset \text{ oppure } \Omega \supset K_2$$

.

(1) σ è una topologia su K_3?
(2) Detta τ la topologia generata dalla famiglia σ si chiede se K_3 con questa topologia è connesso, se è T_2 e se è compatto (o quasi-compatto).

Esercizio 2. Sia X il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ definito da

$$X = \{(x^2 + y^2 + z^2 - 100)((x - 10)^2 + y^2 + z^2 - 1) = 0\}.$$

Calcolare il gruppo fondamentale di X.

Esercizio 3.
Sia z_0 un punto in $\mathbb{C}$, $f(z)$ una funzione olomorfa in $0 < |z-z_0| < 1$ con una singolarità essenziale in z_0 e $p(z)$ un polinomio non costante tale che $p(0) = z_0$. Descrivere il comportamento di $f \circ p$ in 0.