Nome: **Matricola:**

Algebra Lineare

Secondo appello 5/02/2019

Esercizio 1.
Sia r una retta di $\mathbb{R}^3$ passante per l'origine. Siano $v_1, v_2 \in r^\perp$ due vettori indipendenti con la stessa norma, ossia $< v_1, v_1 >=< v_2, v_2 >$.

1. Dimostrare che esiste una applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $T(v) = v$ per ogni $v \in r$, $T(v_1) = v_2$ e $T(v_2) = v_1$.
2. Dimostrare che T è invertibile.
3. Dimostrare che T ha autovalore 1 e che il relativo autospazio ha dimensione 2.
4. Dimostrare che T è diagonalizzabile.

Esercizio 2.
Sia $\mathcal{M}_{\ni}(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici 3×3 a coefficienti reali. Per ognuno dei seguenti sottoinsiemi si dica se si tratta di un sottospazio vettoriale oppure no. In caso affermativo se ne calcoli la dimensione.

1. $V_1 = \{A | rk(A) < 3\}$
2. $V_2 = \{A | tr(A) = 0\}$
3. $V_3 = \{A | A(e_1) = A(e_2)\}$
4. $V_4 = \{A | A^t = A\}$

Esercizio 3.
Discutere la risolubilità del seguente sistema lineare al variare dei parametri reali a e b.

$$\begin{cases} -2x + (a+2)y + (3-a)z = b \\ 2ay = 0 \\ -ax + (a-2)y + z = b \\ (a+2)x + 4ay + (a-4)z = -2b \end{cases}$$