Nome: **Matricola:**

ALGEBRA LINEARE

Secondo appello 6/02/2017

Esercizio 1 Si consideri l'applicazione $T_a : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ così definita.

$$T_a(p(x)) = (a-1)p(x-1)$$

dove a è un parametro reale.

1. Dimostrare che T_a è lineare e scriverne la matrice associata rispetto alla base canonica $1, x, x^2$.
2. Per quali valori di a T_a è invertibile?
3. Per quali valori dei parametri reali a, b il polinomio $q(x) = x^2 + 3x + b$ appartiene all'immagine di Ta.

Esercizio 2.

Sia A una matrice con 3 righe e 2 colonne a coefficienti reali. Si consideri la matrice $B = AA^T$.

1. Dimostrare che B è simmetrica e non invertibile.
2. (Facoltativo) Dimostrare che gli autovalori non nulli di B sono tutti positivi.

Esercizio 3. Sia

$$M_a = \begin{pmatrix} 1 & -a & -1 & 0 \\ -a & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la matrice M_a è diagonalizzabile.
2. Considerando M_a come endomorfismo di $\mathbb{R}^4$, trovare una base di autovettori per $a = 0$.
3. Per $a = 2$ trovare una base di $\mathbb{R}^4$ rispetto alla quale la matrice associata alla applicazione lineare M_2 abbia forma triangolare.