**Nome** **Matricola**

# ALGEBRA LINEARE

## Terzo appello 17/2/2022

**Esercizio 1.** Siano $V_1 \subset V_2 \subset \cdots \subset V_m \subset \cdots \subset \mathbb{R}[x]$ sottospazi dello spazio dei polinomi, dove $V_r$ è il sottospazio formato dai polinomi di grado minore o uguale a $r$.

Quale è il minimo $n$ tale che $V_n$ contiene un polinomio che ha tra le sue radici i numeri $1, 2, i$? Trovato tale minimo $n_0$ si completi a base di $V_{n_0}$ il polinomio in questione.

**Esercizio 2.**

Costruire, se possibile, un endomorfismo $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ con le seguenti proprietà:

1. Il rango di $T$ è 3.
2. L'immagine di $T$ è Ker $T^{\perp}$ .
3. $T^2 = T$

La $T$ costruita è ortogonale? È diagonalizzabile?

**Esercizio 3.** Sia $T_{a,b} : M(n, n, \mathbb{R}) \to M(n, n, \mathbb{R})$ l'applicazione lineare definita da

$$T_{a,b}(A) = aA + bA^T$$

dove $a, b$ sono numeri reali.

Per ogni $(a, b)$ calcolare autovalori ed autospazi di $T_{a,b}$. Dimostrare che, per ogni $(a, b)$, $T_{a,b}$ è diagonalizzabile.