

Nome

Matricola

## ALGEBRA LINEARE

Sesto appello 26/7/2016

### Esercizio 1.

Siano  $v_1, v_2$  vettori di  $\mathbb{R}^2$  tali che  $\langle v_1, v_1 \rangle = \langle v_2, v_2 \rangle$ . Dimostrare che esiste una matrice ortogonale  $P$  tale che  $Pv_1 = v_2$ . Dimostrare che per ogni  $r > 0$   $P$  porta la circonferenza di centro 0 e raggio  $r$  in sé.

**Esercizio 2.**

Discutere, al variare dei parametri reali  $a, b$  la risolubilità del sistema seguente.

$$\begin{cases} x + ay + z + at = b \\ 2x - ay + z + a^2t = 0 \\ 3x + t = b \\ -x - ay + z + a^2t = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 3.**

1. Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una applicazione lineare tale che  $f^2 = f$ . Dimostrare che  $f$  è diagonalizzabile.
2. Costruire una applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che  $f^2 = f$  e  $\dim \text{Ker } f = 1$ .