

Nome:

Matricola:

Algebra Lineare

Quinto appello 26 Giugno 2023

Esercizio 1.

Al variare del parametro reale t si consideri la matrice

$$M_t = \begin{pmatrix} 1 & t & t^2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Per quali valori di t M_t è triangolabile?
2. Per quali valori di t M_t è diagonalizzabile?

Esercizio 2.

Sia $N \subset M(n, n, \mathbb{R})$ l'insieme delle matrici con traccia nulla. Dimostrare che N è un sottospazio e calcolarne la dimensione.

Sia B una matrice simmetrica e sia $T : M(n, n, \mathbb{R}) \rightarrow M(n, n, \mathbb{R})$ definita così:

$$T(A) = \text{traccia}(A) \cdot B + A^T$$

1. Dimostrare che T è lineare e che N è invariante per T .
2. Dimostrare che $T|_N$ è diagonalizzabile
3. Dimostrare che T è diagonalizzabile se e solo se B ha traccia non nulla.

Esercizio 3.

Si considerino in \mathbb{R}^3 le due rette r, s di equazioni rispettivamente

$$\begin{cases} x=0 \\ y+z=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x-y+z=0 \end{cases}$$

Verificare che r e s sono sghembe e calcolarne la distanza.