

Corso di laurea in Scienze e tecnologie per l'ambiente
Prova scritta di Istituzioni di matematica - II modulo
5 maggio 2009

Esercizio 1 Calcolare le derivate direzionali $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(x_0, y_0)$ sotto indicate:

- (i) $f(x, y) = x^2 e^{-(3-y)}$, $\mathbf{v} = (2, 1)$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$;
- (ii) $f(x, y) = \tan(y + x)$, $\mathbf{v} = (-1, 2)$, $(x_0, y_0) = (\pi/4, 0)$;
- (iii) $f(x, y) = \log \sqrt{1 + x^2 + y^2}$, $\mathbf{v} = (3, -1)$, $(x_0, y_0) = (-1, 0)$.

Esercizio 2 Calcolare l'integrale

$$\iint_E x y^2 dx dy,$$

ove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, \sqrt{3}], 0 \leq y \leq \sqrt{1 + x^2}\}$.

Esercizio 3 Tre urne contengono 10 palline ciascuna. Nella prima urna ci sono 2 palline rosse e 8 bianche, nella seconda urna 4 palline rosse e 6 bianche, nella terza 6 palline rosse e 4 bianche. Si estrae una pallina da ciascuna urna, totalizzando un punto per ogni pallina rossa estratta. Detta X la variabile aleatoria che dà il punteggio complessivo, si calcoli la speranza $\mathbb{E}(X)$.