Ing. Biomedica - 2016-17

Analisi I CORSO A
10 Giugno 2017

Compito X

COGNOME .... **NOME** ....

MATRICOLA .... **VALUTAZIONE** .... + ... = ...

1. Istruzioni

Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo; **solo questo sarà ritirato e valutato.** *I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di* $0 \le x \le 10$ *punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che* $x \ge 6$. *In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di* $0 \le y \le 24$ *punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se* $x + y \ge 18$. *In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà* $v = \min(28, x + y)$.

Attenzione. Tutte le risposte devono essere giustificate.

2. Prima parte

Esercizio 0. (punti 0) Leggere e capire le istruzioni.

Esercizio 1. (punti 3) Si consideri la funzione a valori reali

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$.
Dire, motivando la risposta, quali delle seguenti affermazioni è vera

$$\lim_{n\to+\infty} f(a_n) = \begin{cases} \boxed{1} \quad \text{non esiste} & \boxed{3} \quad 2 \\ \boxed{2} \quad 0 & \boxed{4} \quad +\infty \end{cases}$$

SOLUZIONE L'affermazione corretta è la numero $\boxed{}$ perché

Esercizio 2. (punti 4) Provare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 5$ la somma dei numeri naturali da 5 a n è $\dfrac{(n+5)(n-4)}{2}$.
SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 3) Negare la seguente proposizione

$$\forall x \ \ \textit{tale che} \ \ f(x) = 0 \ \ x \in [0,1] \cup [3,7]$$

SOLUZIONE

3. Seconda parte

Esercizio 1. (punti 10)

(1) Si consideri la funzione definita su $\mathbf{R}^{\geq 0} = \{x \in \mathbf{R} | x \geq 0\}$ dalla formula

$$f(x) = \begin{cases} \inf(2, \frac{1}{x}) & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(2) Determinare il più grande sottoinsieme C di $\mathbf{R}^{\geq 0}$ tale che f sia continua su C.

(3) Determinare il più grande sottoinsieme D di C tale che f sia derivabile su D.

(4) Determinare, se esistono, punti di minimo e massimo locali di f.

(5) Calcolare l'area del sottografico nell'intervallo $[0, 3]$

SOLUZIONE

(1) $X =$

(2) $C =$

(3) $D =$

(4)

(5)

Esercizio 2. (punti 6)
Sia $F(x)$ la funzione integrale definita su $\mathbf{R}$

$$F(x) = \int_1^x f(t)dt$$

dove $f(t)$ è la funzione definita dalla formula

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \geq 0 \\ -1 & \text{se } t < 0 \end{cases}$$

(1) Calcolare $F(-2) - F(2)$
(2) Dire se F è continua nel suo dominio di definizione
(3) Dire se F è una primitiva di f.

SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 4) Si determinino tutte le soluzioni complesse dell'equazione $z(z^2 - 2i) = 0$ che sono nel dominio $A = \{|x| + |y| \leq 1\}$.
SOLUZIONE

Esercizio 4. (punti 4)
Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x + \cos x$$

Determinare se esiste una soluzione crescente nell'origine tale che $y(0) = 1$.
SOLUZIONE