

ORIGINI DELLA GEOMETRIA PROIETTIVA

DE DIVINA PROPORZIONE



Luca Pacioli
Iniziale incisa su legno



Luca Pacioli
JACOPO DE BARBARI

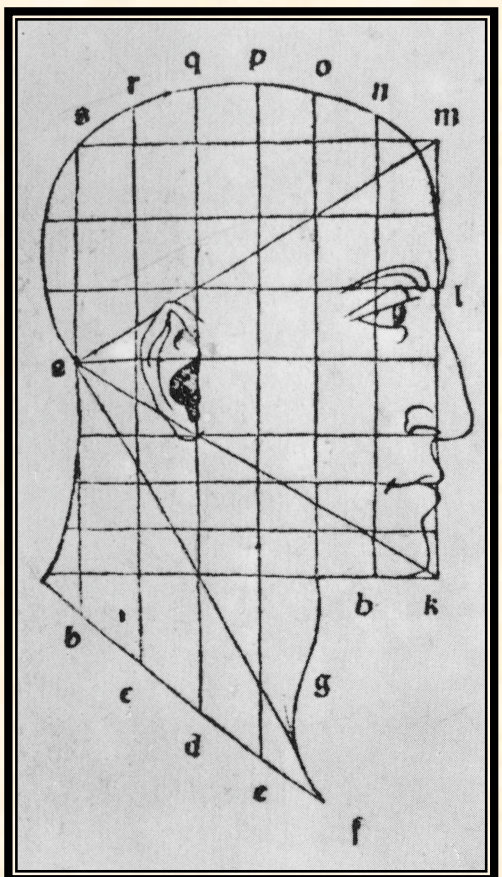
LUCA PACIOLI (1445–1517)

Nasce nella piccola località di Borgo San Sepolcro, la stessa dove era nato nel 1420 PIERO DELLA FRANCESCA di cui fu alunno e amico. Sui vent'anni abbandona la sua città natale per recarsi a Venezia a lavorare come precettore dei figli del mercante ANTONIO ROMPIASI. Lì assiste alle lezioni di matematica di DOMENICO BRAGADINO. Scrive un libro di Algebra dedicato ai figli di ROMPIASI. Verso il 1470 se ne va a Roma alloggiandosi in casa di LEON BATTISTA ALBERTI simultaneamente al suo maestro PIERO. Attorno al 1472 prende la decisione di entrare nell'ordine dei francescani minori. Nel 1477 viene assunto per insegnare matematica a Perugia, attività che abbandona per realizzare qualche viaggio al fine di redigere alcuni manoscritti.

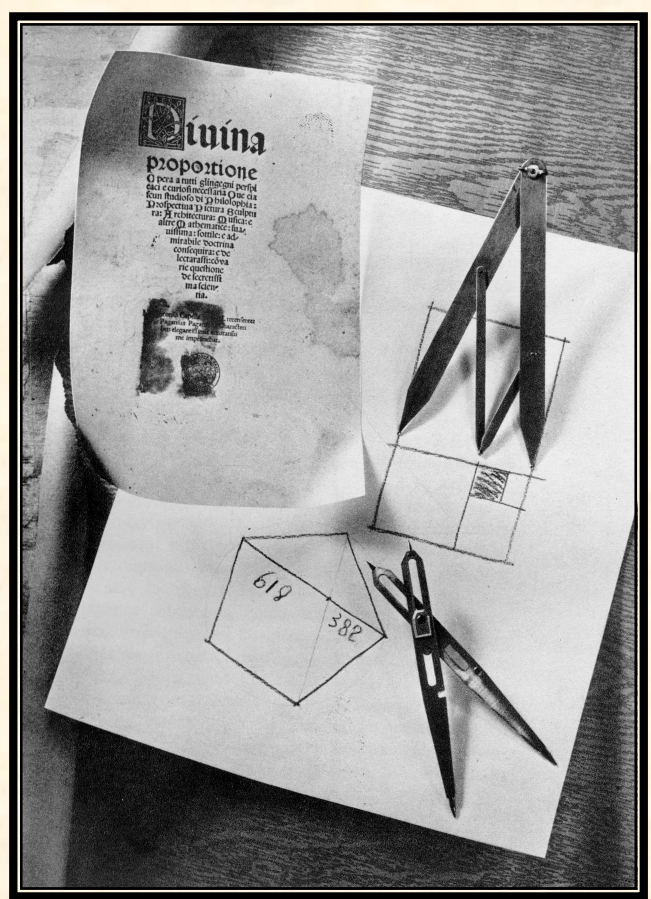
Nel 1490 si trova a Napoli ove insegnerà Teologia e Matematica. Realizza una collezione di poliedri regolari che più tardi donerà a GUIDOBALDO DI MONTEFELTRO. Dal 1490 al 1493 si trova nel suo paese natale per preparare la pubblicazione della sua opera *Summa de Arithmetica*, che si stamperà a Venezia. Dopo la pubblicazione della *Summa* ritorna ad Urbino. Di questo periodo è il celebre dipinto che lo ritrae mentre spiega uno dei teoremi di EUCLIDE ed è accompagnato da un giovane che potrebbe essere il suo protettore GUIDOBALDO.

Nel 1496 si trasferisce a Milano per insegnare Matematica. In questo stesso periodo era in questa città LEONARDO DA VINCI con cui instaura una grande amicizia, frutto della quale furono i sessanta disegni dei corpi regolari che LEONARDO realizzò per l'opera *De Divina Proportione*, che PACIOLI termina nel 1498 e che dedica a LUDOVICO M. SFORZA, duca di Milano.

Dal 1500 al 1505 ricoprirà diversi posti come docente nei centri di studio e nelle università di Pisa, Perugia, Bologna e Firenze. A metà del 1508 realizza il suo ultimo viaggio a Venezia per preparare la stampa degli *Elementi* di EUCLIDE. Continua ad insegnare nonostante la sua salute precaria, e nel 1514 si trasferisce a Roma per occupare la cattedra di Matematica. Muore presumibilmente nel suo paese natale nel 1517.



Leonardo,
supposto ritratto in *De Divina Proportione* di LUCA PACIOLI



Compassi di rapporto aureo

SEZIONE AUREA

L'origine del termine Sezione Aurea è piuttosto incerto. Generalmente la si colloca in Germania, nella prima metà del secolo XIX. Questo termine si fa corrispondere con la proporzione che PLATONE coglie nel *Timeo*:

"Poi quando di tre numeri, quello di mezzo è di tal classe che ha rispetto all'ultimo la stessa relazione che ha il primo rispetto a lui, in tal caso formano tutti una unità perfetta"

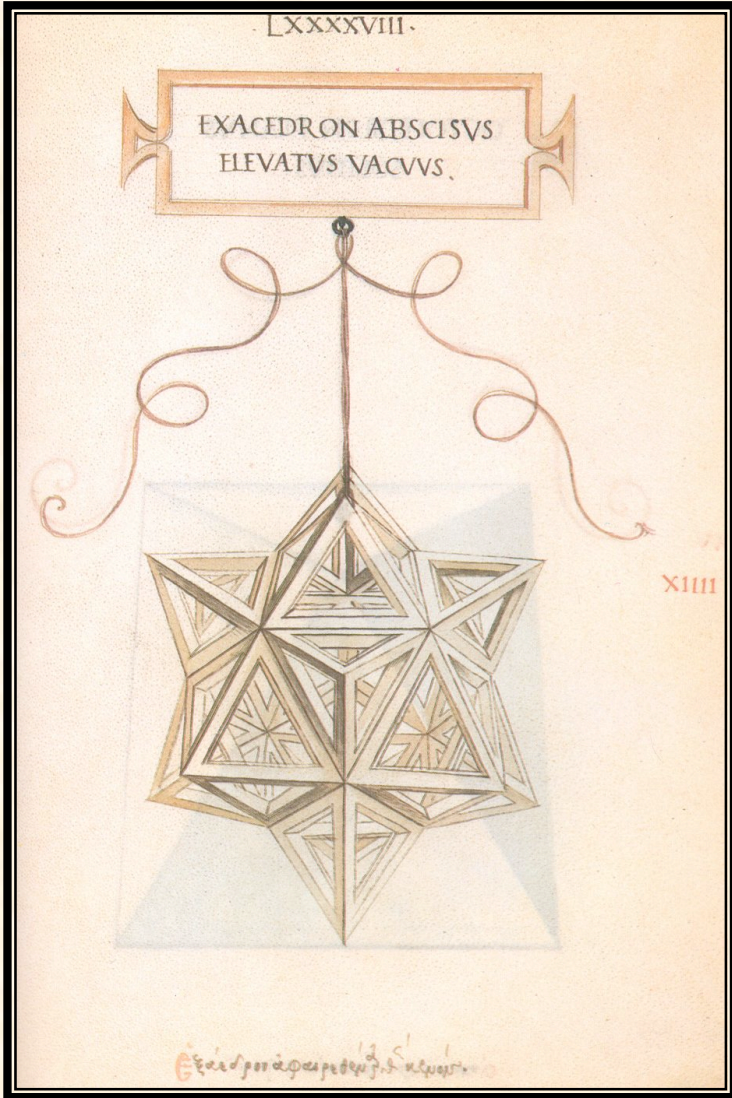
e che appare nel libro VI degli *Elementi* di EUCLIDE:

"Si dice che una retta è divisa in un rapporto di medio ed estremo quando la retta totale sta alla parte maggiore come la parte maggiore alla minore."

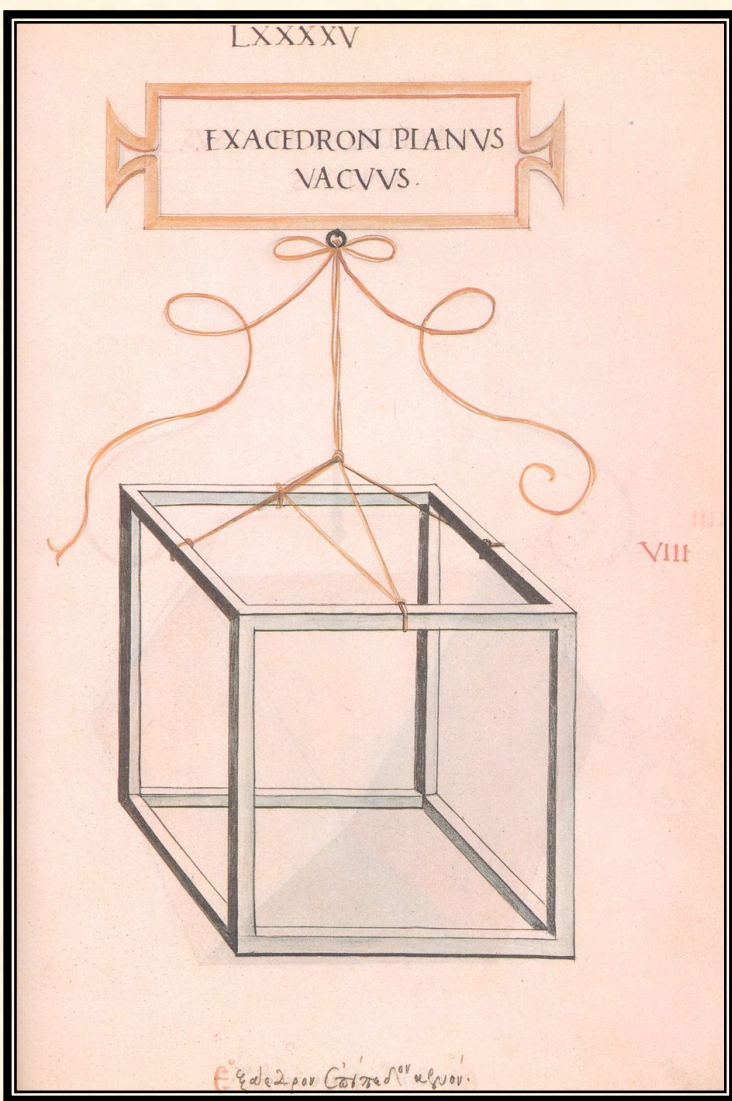
Questa proporzione viene chiamata da PACIOLI **divina proporzione e sezione divina** da Johannes Kepler (1571-1639):

"La geometria possiede due grandi tesori, il teorema di PITAGORA e la suddivisione di una linea in proporzione media e estrema."

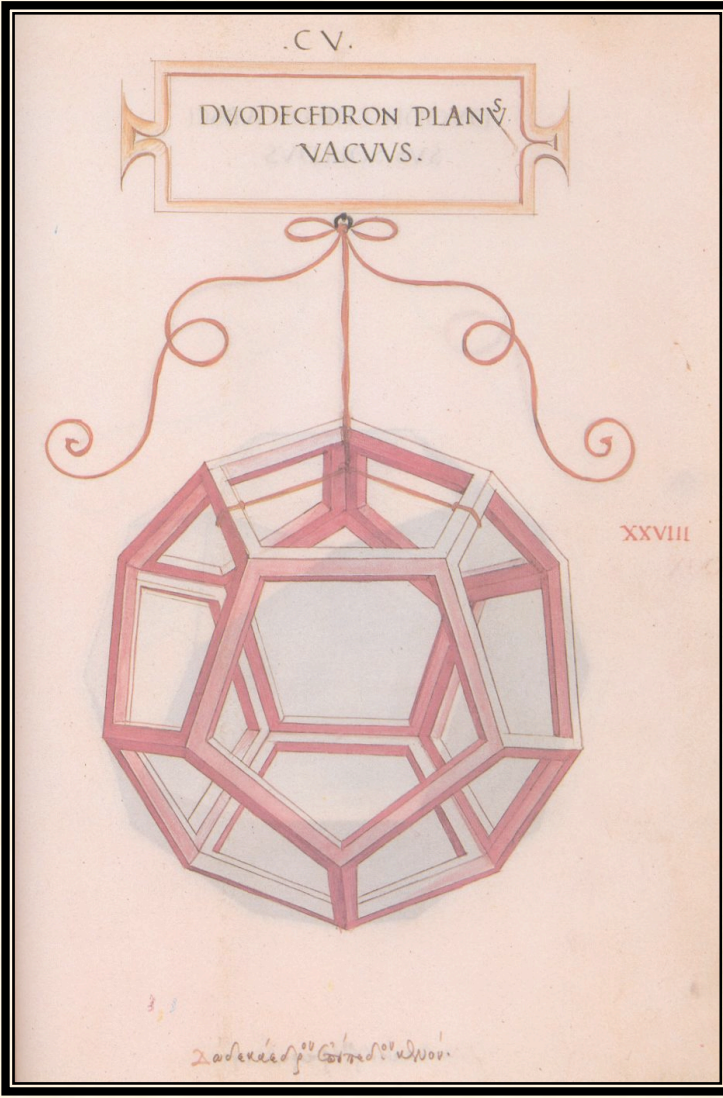
Divina Proportione



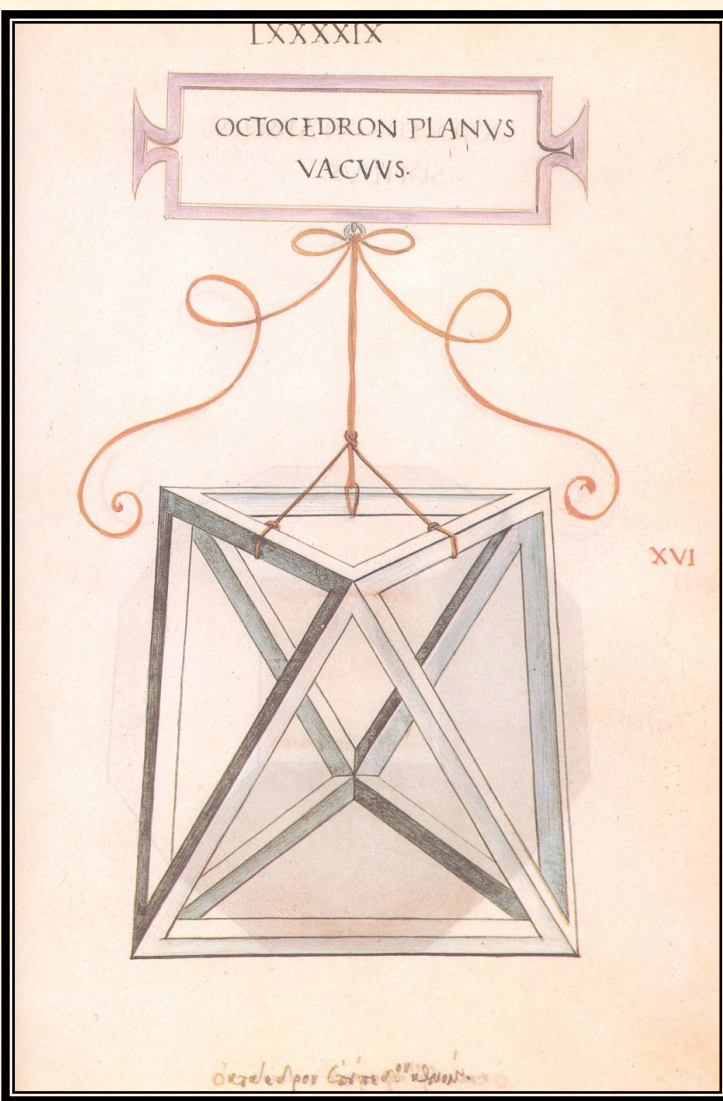
Terra



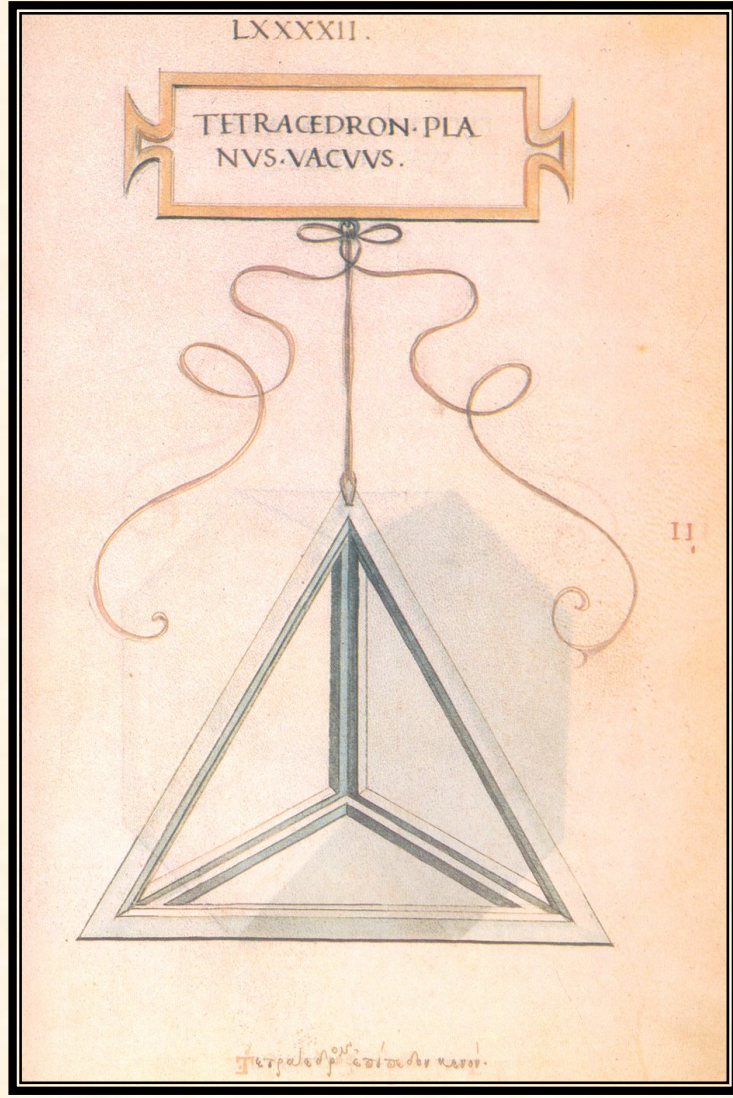
Virtù Celeste



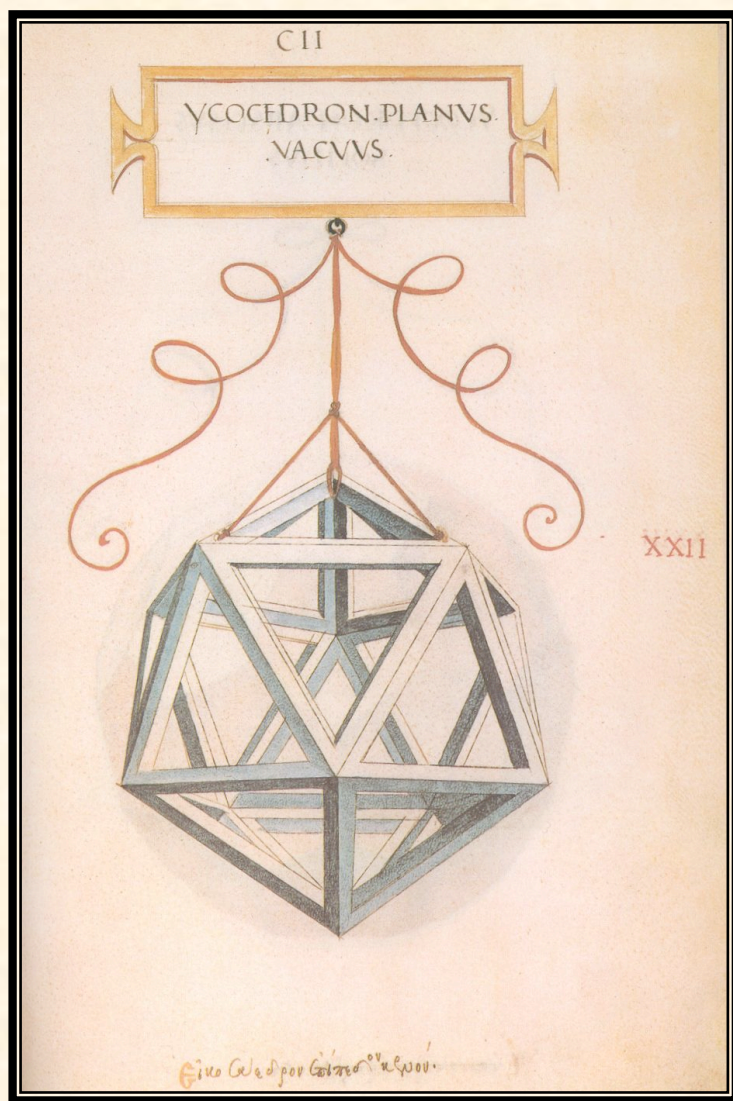
Aria



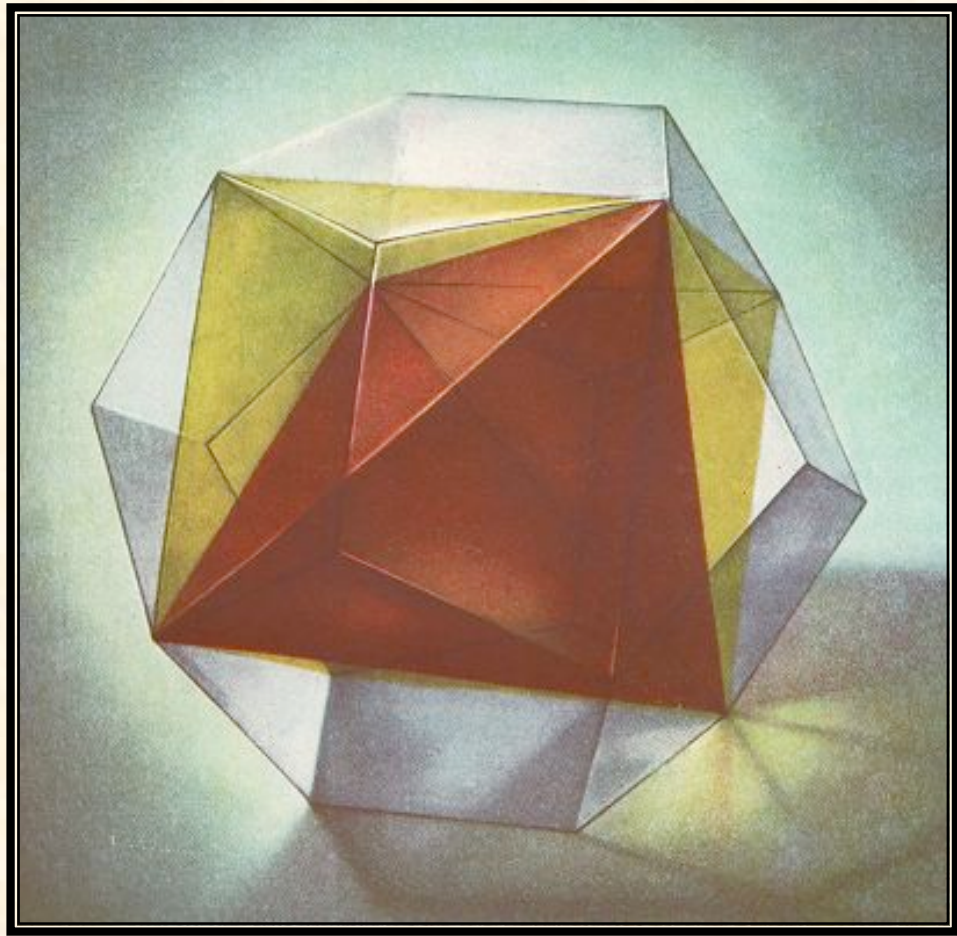
Fuoco



Acqua

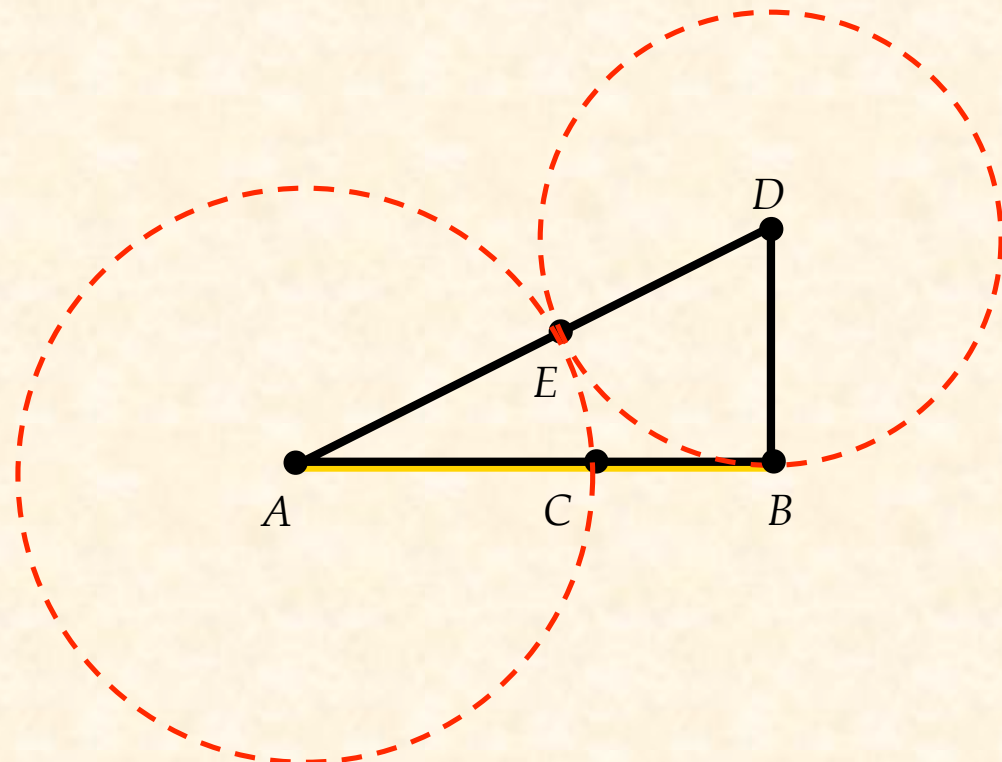


Tetraedro inscritto in un cubo,
inscritto in un dodecaedro, e
tutti in una sfera

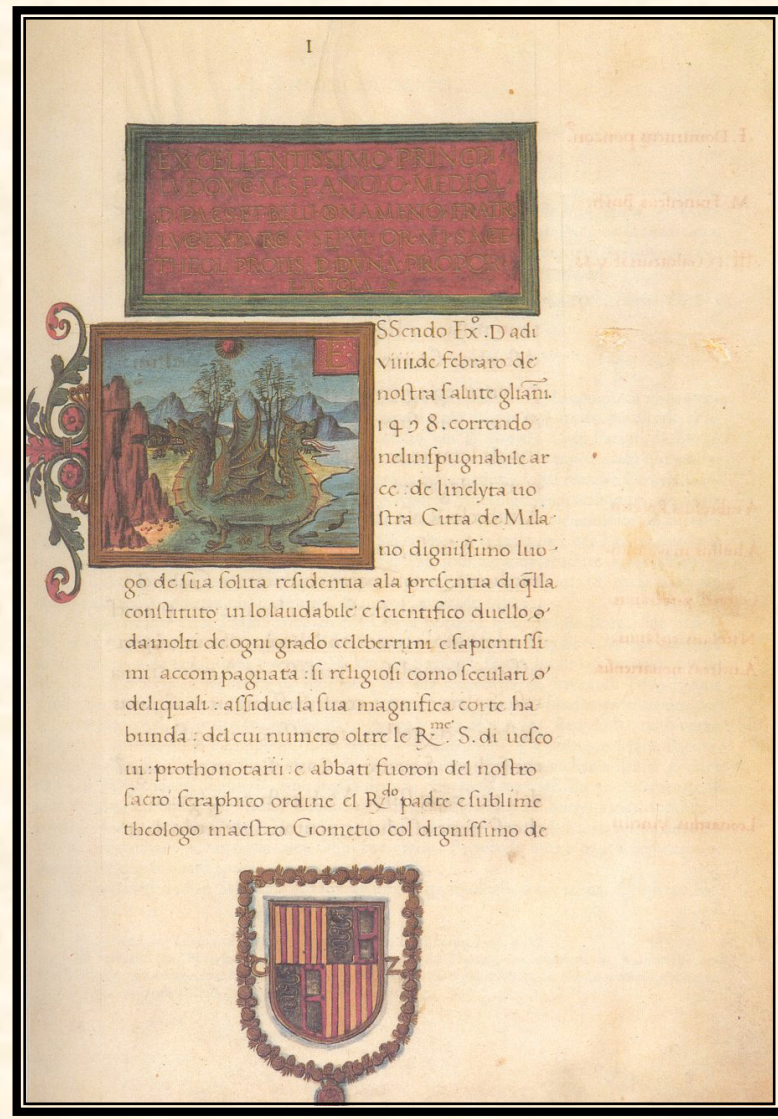


DIVISIONE DI UN SEGMENTO IN MEDIO E ESTREMO

Sia AB un segmento. Tracciamo per B una retta perpendicolare e misuriamo il segmento $BD=AB/2$. Uniamo D con A . Con centro in D e raggio DB tracciamo una circonferenza che taglia AD in E , e con centro in A e raggio AE disegniamone un'altra che interseca AB in C . Il punto C divide il segmento AB in rapporto medio e estremo: $AB/AC=AC/CB$.



Supponiamo che $CB=1$ e $AC=x$. Quindi $AB=x+1$, e si verifica che $(x+1)/1=x^2$. Il valore x positivo che verifica questa uguaglianza è $(1+\sqrt{5})/2=1,6180339...$, che si chiama **numero aureo** e si rappresenta con la lettera greca Φ , in onore dell'architetto greco FIDIA. Per la costruzione, il numero Φ è il valore della sezione aurea.



EXCELLENTISSIMO PRINCIPI LUDOVICO
M(ARIA). SF(ORZA). ANGLO
MEDIOL(ANUM). D(UCA).. PACIS ET BELL
ORNAMENTO, FRATRIS LUCE EX BURGO
S. SEPUL., OR. M(NORUM). SACR.
THEOL. PROFES. DE DIVINA
PROPOR(TIONE). EPISTOLA

DE DIVINA PROPORZIONE

Il titolo che conviene al presente trattato o compendio.

In questo trattato appare, nel capitolo V, la giustificazione del nome dato a questa *Divina Proportione* oggi detta *rapporto aureo*:

"Parme del nostro tractato Excelentissimo Duca, el suo condecante titolo dover esser de la *divina proportion*. E questo per molte simili convenientie quali trovo in la nostra proportion de la quale in questo nostro utilissimo discorso intendemo a esso dio spectante. De li quali fra le altre quatro ne prendremo a sufficiencia del nostro proposito.

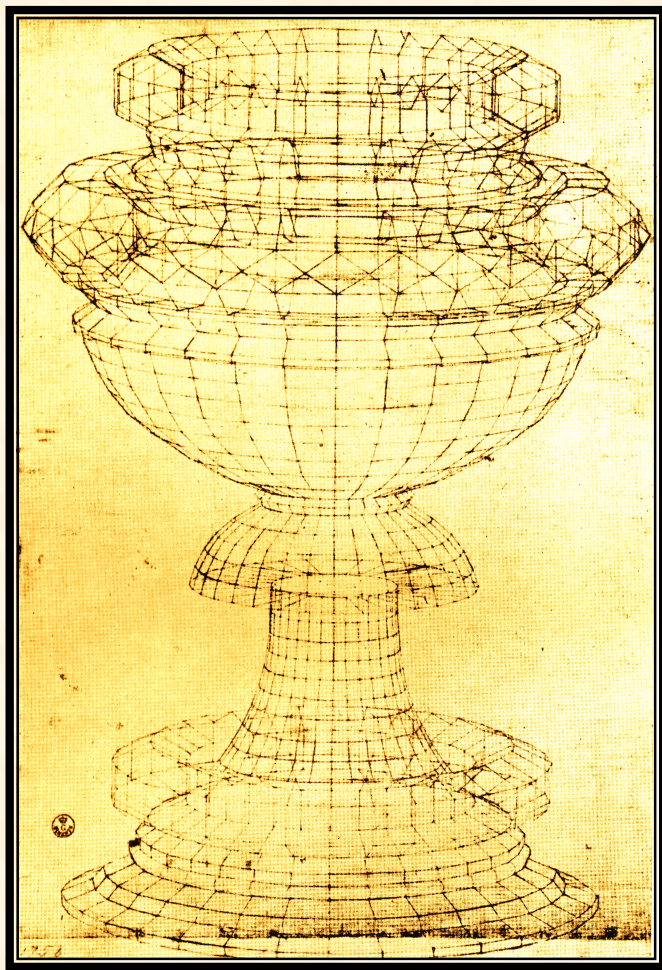
La prima e che lei sia una sola e non piu. E non e possibile di lei assegnare altre specie ne differentie. La quale unita sia el supremo epiteto de epsio idio. Secondo tutta la scola theologica e anche phylosophica.

La seconda convenientia e de la santa trinita. Cioe si commo in divinis una medesima substantia sia fra tre persone, padre, figlio e spirito sancto. Così una medesima proportion de questa sorte sempre conven se trovi fra tre termini. E mai ne in piu ne in manco se pote retrovare commo se dira.

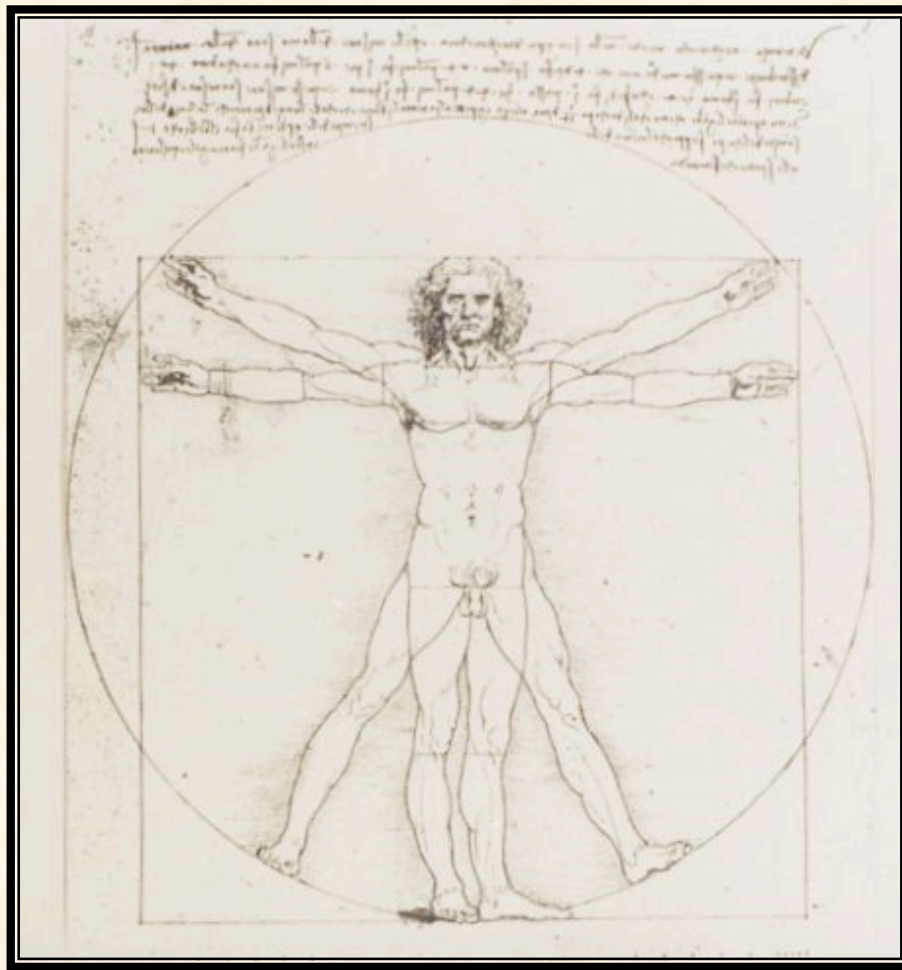
La terza convenientia e che si commo idio propriamente non se po deffinire ne per parole a noi intendere, così questa nostra proportion non se po mai per numero intendibile assegnare ne per quantità alcuna rationale esprimere, ma sempre sia occulta e secreta e da li mathematici chiamata irrationale.

La quarta convenientia e che si commo idio mai non se po mutare e sia tutto in tutto e tutto in ogni parte così la presente nostra proportion sempre in ogni quantità continua e discreta: o fueno grandi o fueno piccole sia una medesima e sempre invariabile. E per verun modo se po mutare ne anco per intellecto altramente aprender commo el nostro processo demonstrara.

La quinta convenientia se po non immeritadamente a le predictae erogere cioe. Si commo idio lessere conferesa a la virtù celeste per altro nome detta quinta essentia e mediante quella ali altri quatro corpi semplici cioe ali quatro elementi: terra, aqua, aire e fuoco. E per questi lessere a cadauna altra cosa in natura. Così questa **nostra sancta proportion lesser formale**, da secondo lantico PLATONE in suo *Timeo* a **epso ciclo**, attribuendoli la figura del corpo detto **Duodecedron**, altramente corpo de dodici pentagoni. El quale, commo de sotto se mostrara, senza la nostra proportion non e possibile potesse formare. E similmente a ciascuno deli altri elementi sua propria forma asegna fra loro per un modo coincidenti, cioe **al fuoco** la figura pyramidale detta **Tetradredron**, **a la terra** la figura cubica detta **exacedron**, **a laire** la figura detta **octocedron**, e **al l'aqua** quella detta **ycocedron**. E queste tal forme e figure dalli sapienti tutti corpi regolari sonno nuncupate, commo separatamente disotto de cadauno se dira. E poi medianti questi a infiniti altri corpi detti dipendenti. Liguati 5 regolari no e possibile fra loro potesse proportionare ne da la sfera potesse intendere circumscriptibili senza la nostra detta proportion. El che de sotto tutto aparera. Lequali convenientie ben che altre assai sene potesse adure, queste ala condecante nominatione del presente compendio seiemo per sufficiencia assegnate."



Coppa
PAOLO UCCELLO



Uomo di Vitruvio
LEONARDO DA VINCI
Venezia, Accademia Reale

Plagio nel Rinascimento?

PIERO DELLA FRANCESCA e LUCA PACIOLI nacquero nella stessa città della Toscana: Borgo San Sepolcro, tra Arezzo e Urbino. Lì due vie parallele portano i loro nomi, ed è interessante conoscere la relazione che li unì in vita. Tradizionalmente la Storia ha consacrato il primo come straordinario pittore e il secondo come matematico illustre, ma negli ultimi tempi si è rivendicata l'importanza matematica del lavoro di PIERO. In effetti i ricercatori hanno mostrato che LUCA incluse nei suoi lavori risultati di PIERO senza citarlo. Questo deve essere valutato in funzione dell'epoca e dei precedenti dati dai "grandi compilatori", come lo stesso Euclide. Però ci sono storici molto critici che qualificano il fatto come plagio, tenendo oltretutto conto delle cautele dello stesso LUCA nel salvaguardare il proprio nome come autore dei suoi lavori. In ogni caso oggi si rende giustizia al contributo essenziale di PIERO alla matematica rinascimentale, benché si consideri altrettanto indubbio che i suoi *manoscritti* sono stati conosciuti principalmente perché facenti parte delle *pubblicazioni a stampa* di LUCA.

