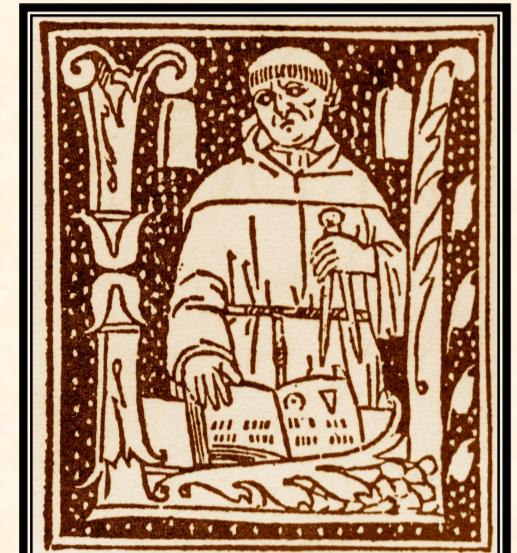


# ORIGINI DELLA GEOMETRIA PROIETTIVA

## DE DIVINA PROPORZIONE



Luca Pacioli  
Iniziale incisa su legno



Luca Pacioli  
JACOPO DE BARBARI

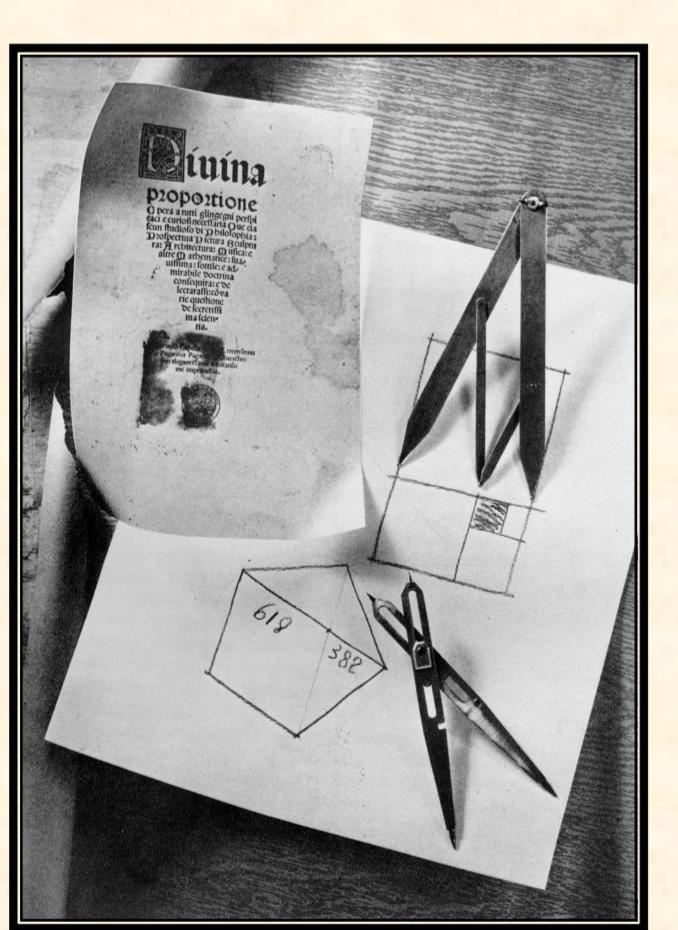
### LUCA PACIOLI (1445–1517)

Nasce nella piccola località di Borgo San Sepolcro, la stessa dove era nato nel 1420 PIERO DELLA FRANCESCA di cui fu allievo e amico. Sui vent'anni abbandona la sua città natale per recarsi a Venezia a lavorare come precettore dei figli del mercante ANTONIO ROMPIASI. Lì assiste alle lezioni di matematica di DOMENICO BRAGADINO. Scrive un libro di Algebra dedicato ai figli di ROMPIASI. Verso il 1470 se ne va a Roma alloggiandosi in casa di LEON BATTISTA ALBERTI simultaneamente al suo maestro PIERO. Attorno al 1472 prende la decisione di entrare nell'ordine dei francescani minori. Nel 1477 viene assunto per insegnare matematica a Perugia, attività che abbandona per realizzare qualche viaggio al fine di redigere alcuni manoscritti.

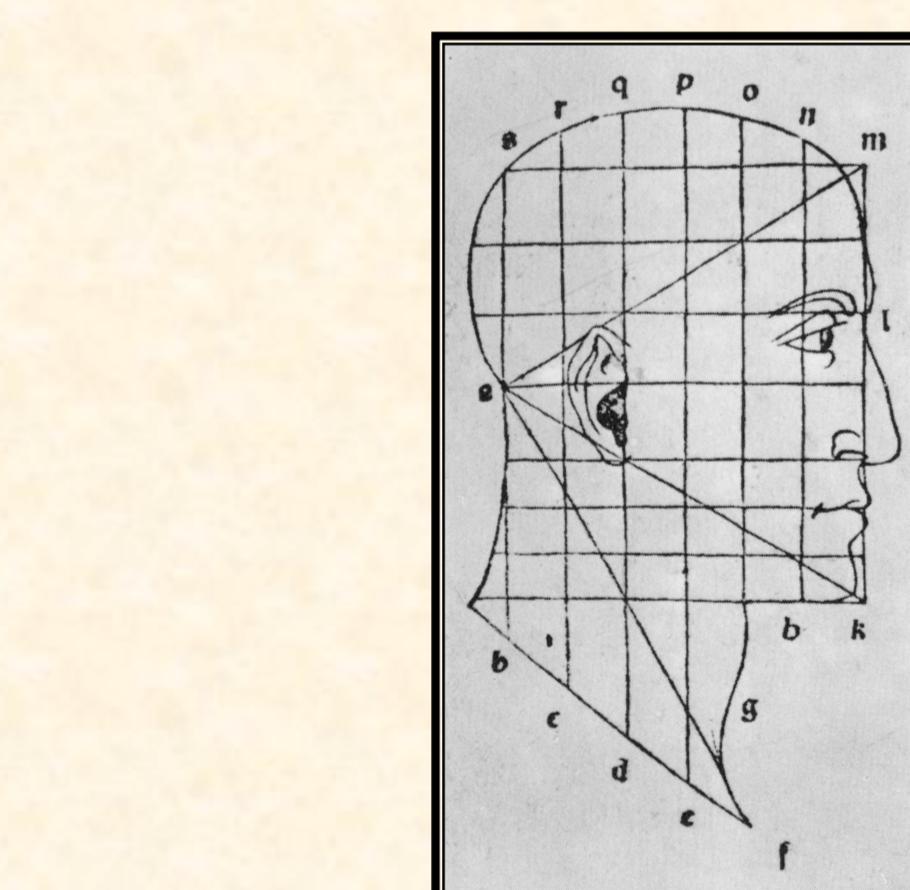
Nel 1490 si trova a Napoli ove insegnere Teologia e Matematica. Realizza una collezione di poliedri regolari che più tardi donerà a GUIDOBALDO DI MONTEFELTRO. Dal 1490 al 1493 si trova nel suo paese natale per preparare la pubblicazione della sua opera *Summa de Arithmetica*, che si stamperà a Venezia. Dopo la pubblicazione della *Summa* ritorna ad Urbino. Di questo periodo è il celebre dipinto che lo ritrae mentre spiega uno dei teoremi di EUCLIDE ed è accompagnato da un giovane che potrebbe essere il suo protettore GUIDOBALDO.

Nel 1491 si trasferisce a Milano per insegnare Matematica. In questo stesso periodo era in questa città LEONARDO DA VINCI con cui instaura una grande amicizia, frutto della quale furono i sessanta disegni dei corpi regolari che LEONARDO realizzò per l'opera *De Divina Proportione*, che PACIOLI termina nel 1498 e che dedica a LUDOVICO M. SFORZA, duca di Milano.

Dal 1501 al 1505 ricopri diversi posti come docente nei centri di studio e nelle università di Pisa, Perugia, Bologna e Firenze. A metà del 1508 realizza il suo ultimo viaggio a Venezia per preparare la stampa degli *Elementi* di EUCLIDE. Continua ad insegnare nonostante la sua salute precaria, e nel 1514 si trasferisce a Roma per occupare la cattedra di Matematica. Muore presumibilmente nel suo paese natale nel 1517.



Compassi di rapporto aureo



Leonardo,  
supposto ritratto in *De Divina Proportione* di LUCA PACIOLI

### SEZIONE AUREA

L'origine del termine Sezione Aurea è piuttosto incerto. Generalmente si colloca in Germania, nella prima metà del secolo XIX. Questo termine si fa corrispondere con la proporzione che PLATONE coglie nel *Timeo*:

"Poi quando di tre numeri, quello di mezzo è di tal classe che ha rispetto all'ultimo la stessa relazione che ha il primo rispetto a lui, in tal caso formano tutti una unità perfetta."

e che appare nel libro VI degli *Elementi* di EUCLIDE:

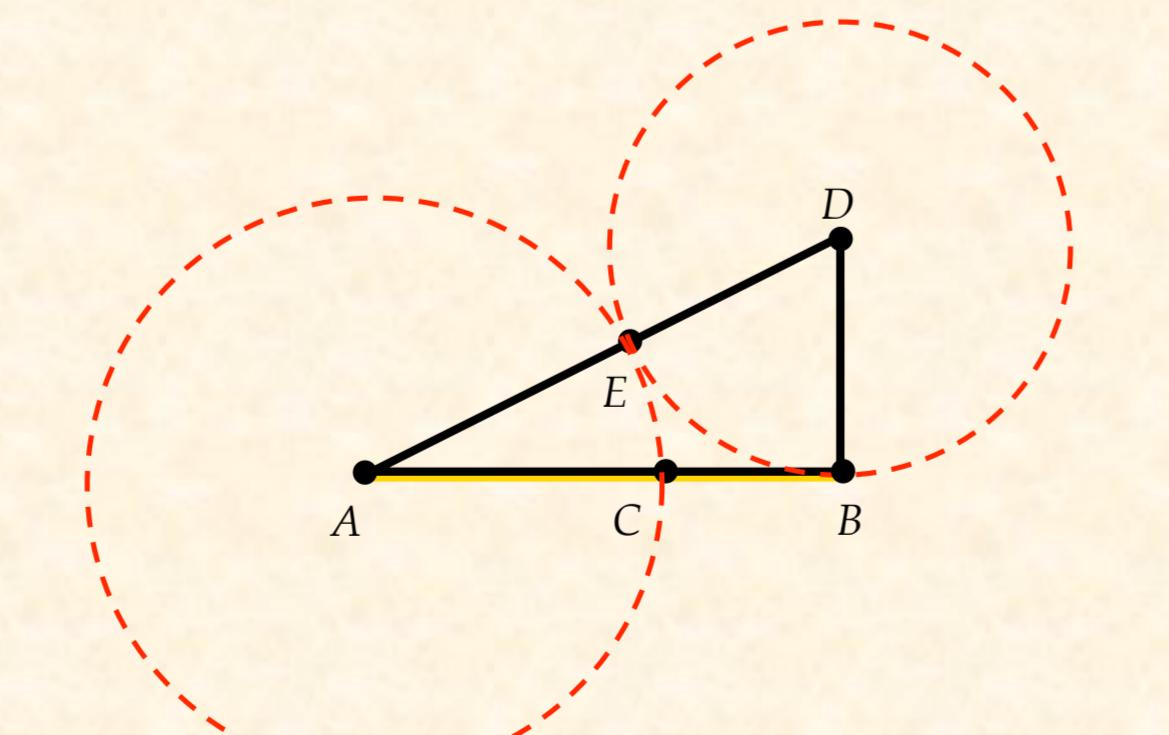
"Si dice che una retta è divisa in un rapporto di medio ed estremo quando la retta totale sta alla parte maggiore come la parte maggiore alla minore."

Questa proporzione viene chiamata da PACIOLI *divina proporzione* e *sezione divina* da Johannes Kepler (1571-1639):

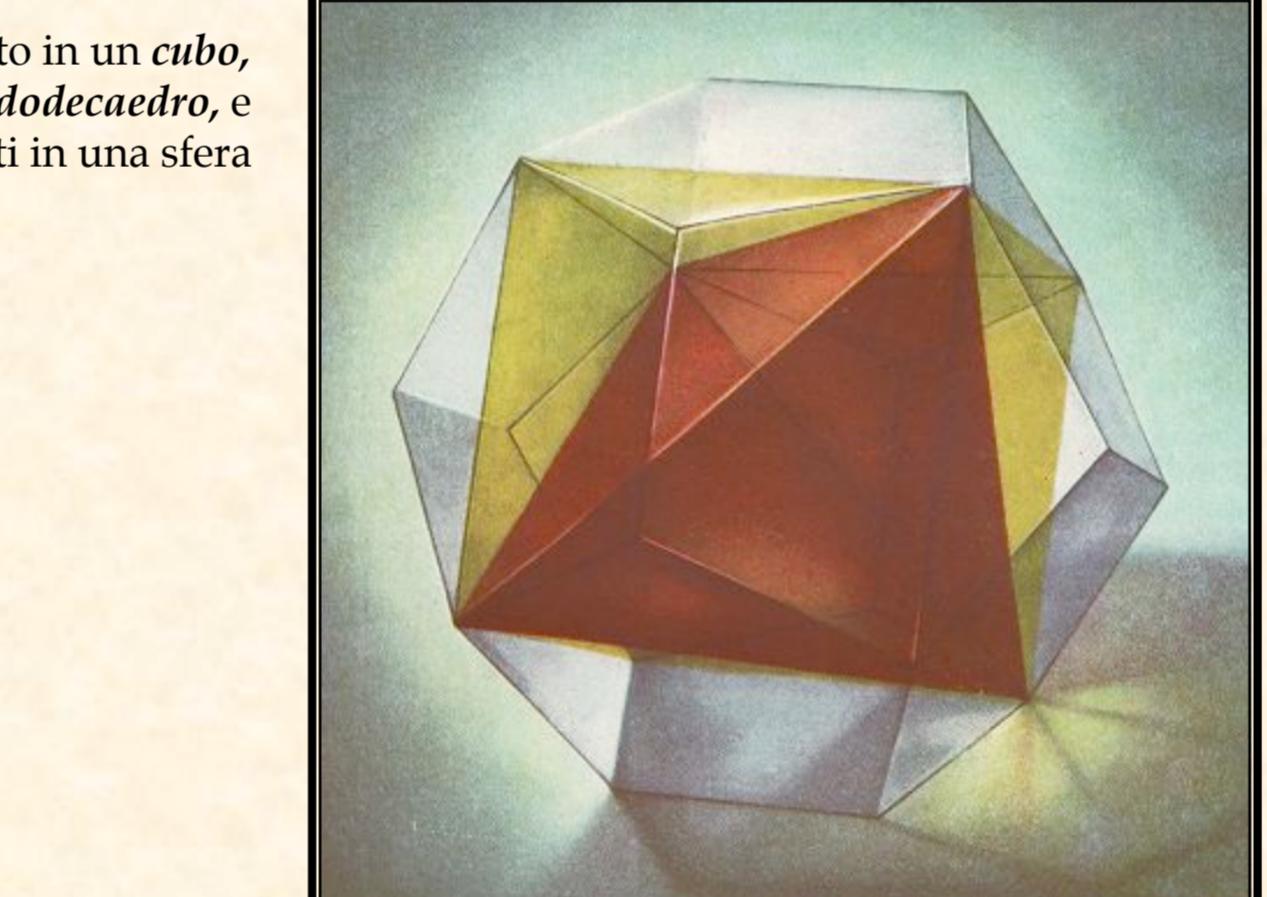
"La geometria possiede due grandi tesori, il teorema di PITAGORA e la suddivisione di una linea in proporzione media e estrema."

### DIVISIONE DI UN SEGMENTO IN MEDIO E ESTREMO

Sia  $AB$  un segmento. Tracciamo per  $B$  una retta perpendicolare e misuriamo il segmento  $BD=AB/2$ . Uniamo  $D$  con  $A$ . Con centro  $D$  e raggio  $DB$  tracciamo una circonferenza che taglia  $AD$  in  $E$ , e con centro in  $A$  e raggio  $AE$  disegniamone un'altra che interseca  $AB$  in  $C$ . Il punto  $C$  divide il segmento  $AB$  in rapporto medio e estremo:  $AB/AC=AC/CB$ .

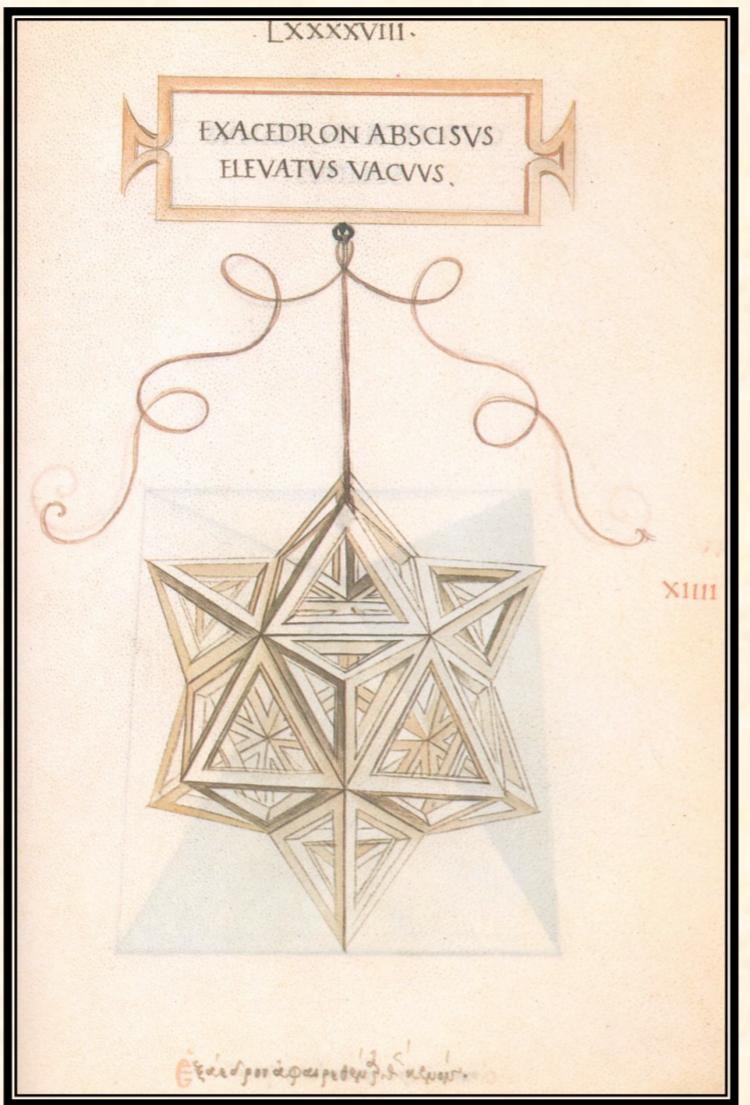


Supponiamo che  $CB=1$  e  $AC=x$ . Quindi  $AB=x+1$ , e si verifica che  $(x+1)-1=x^2$ . Il valore  $x$  positivo che verifica questa uguaglianza è  $(1+\sqrt{5})/2=1,6180339\dots$ , che si chiama *numero aureo* e si rappresenta con la lettera greca  $\phi$ , in onore dell'architetto greco FIDIA. Per la costruzione, il numero  $\phi$  è il valore della sezione aurea.

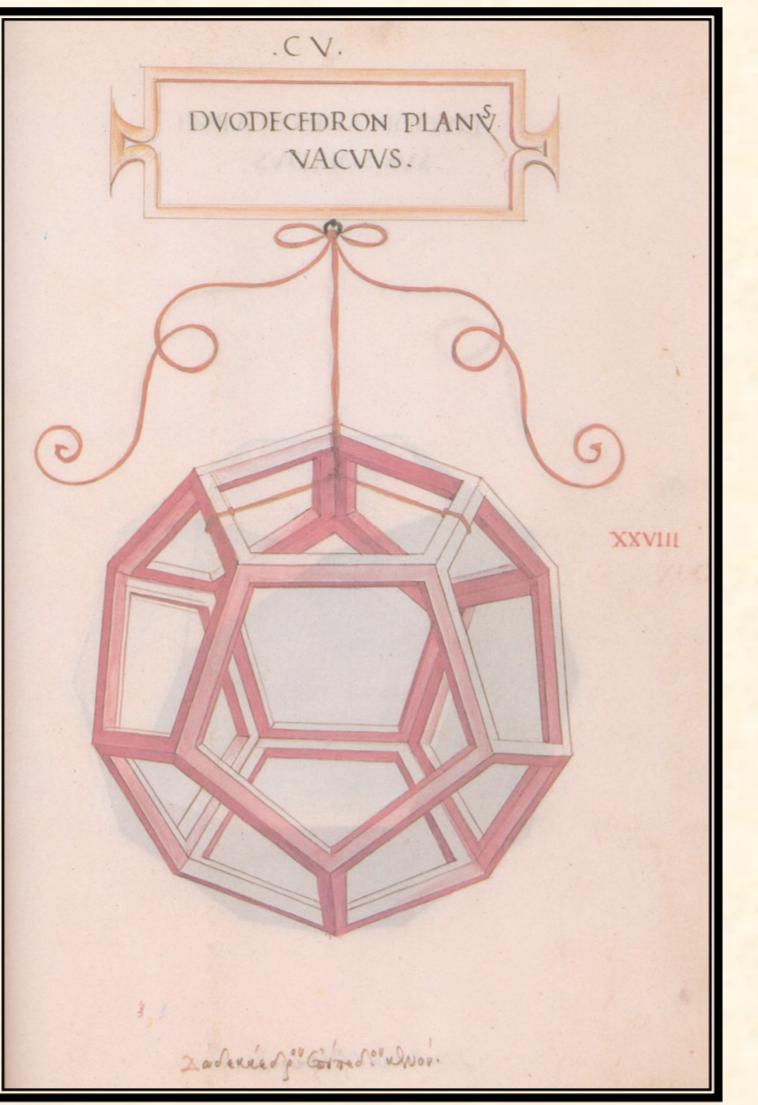


Tetraedro inscritto in un cubo,  
inscritto in un dodecaedro, e  
tutti in una sfera

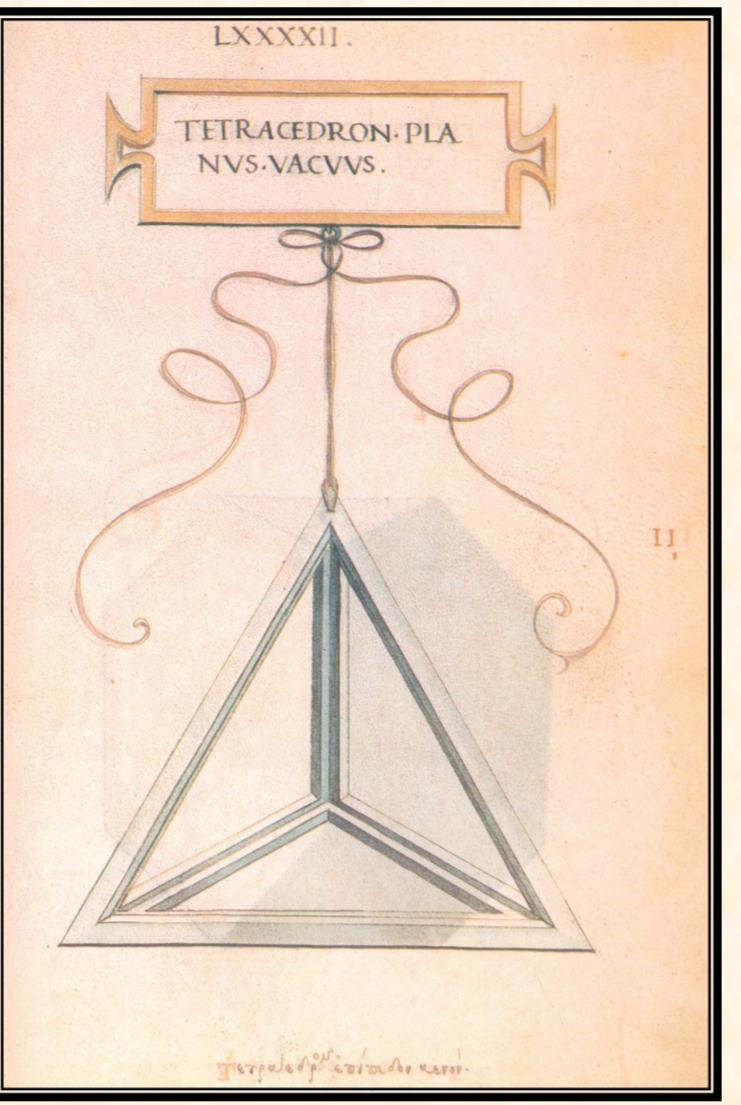
### Divina Proportione



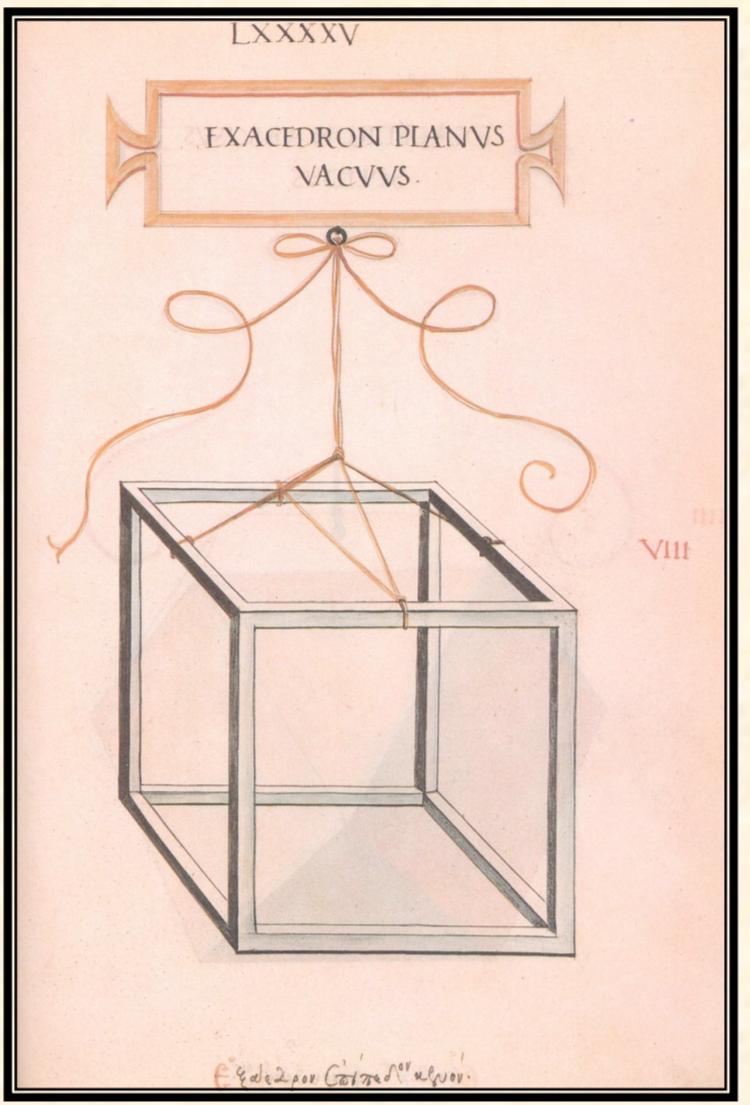
### Virtù Celeste



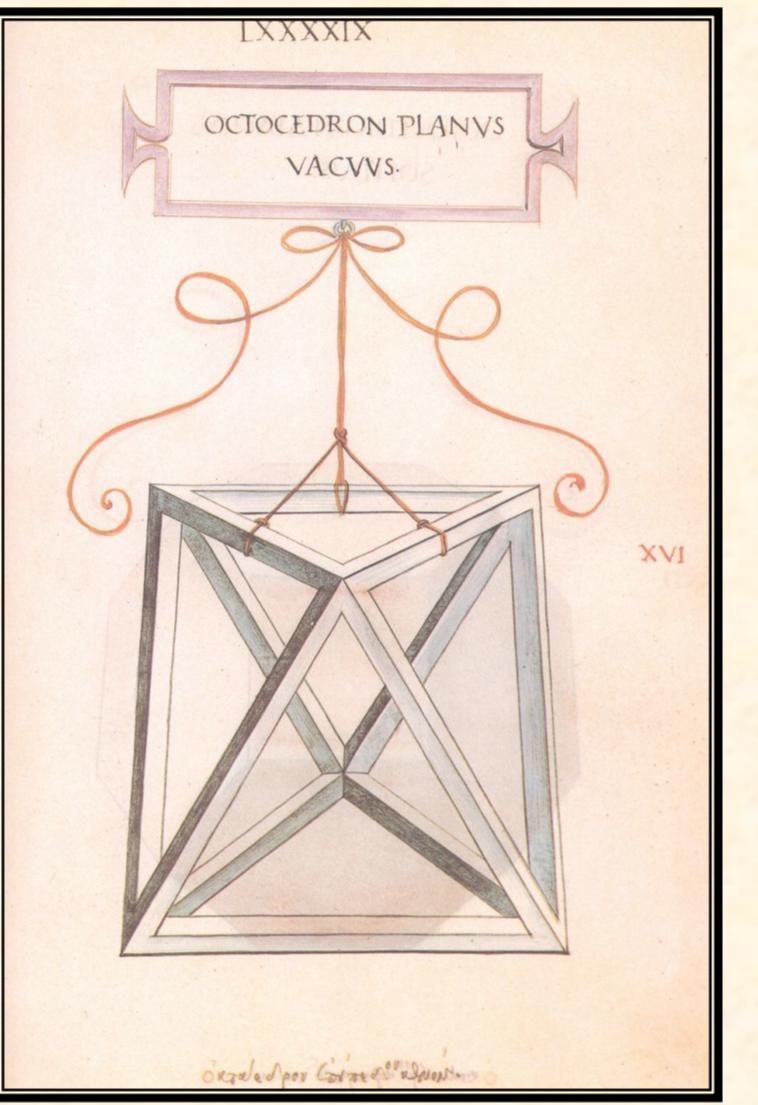
### Fuoco



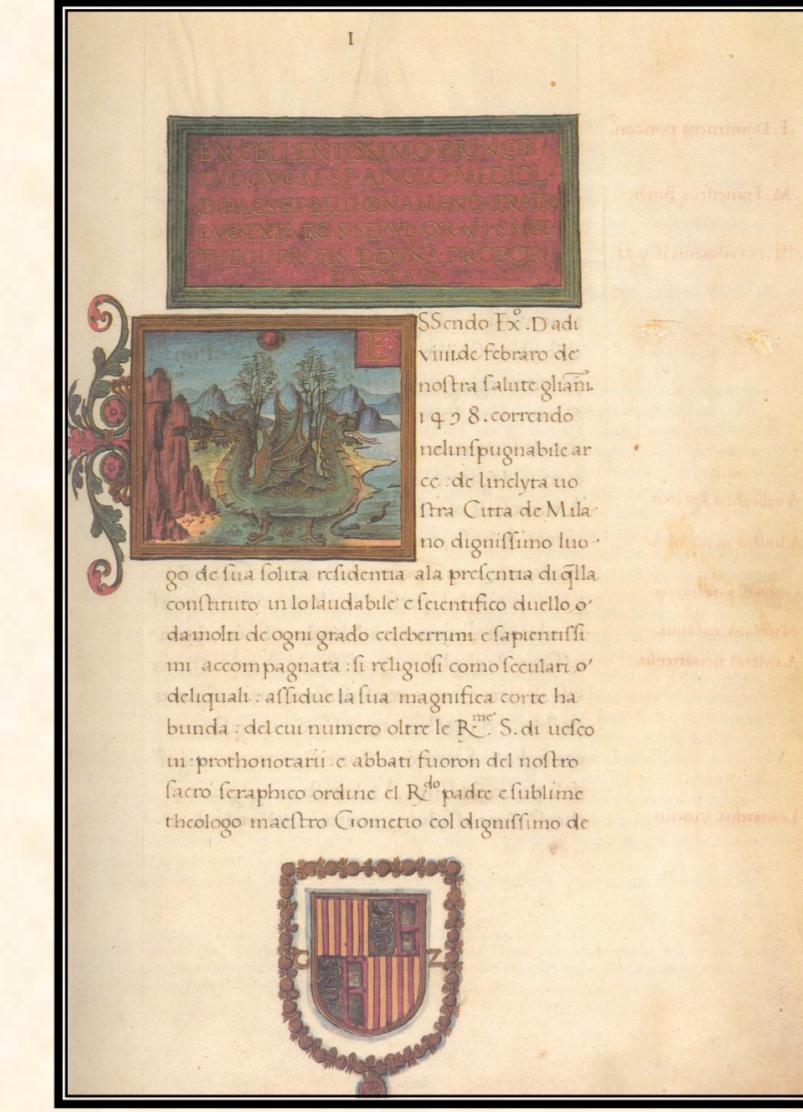
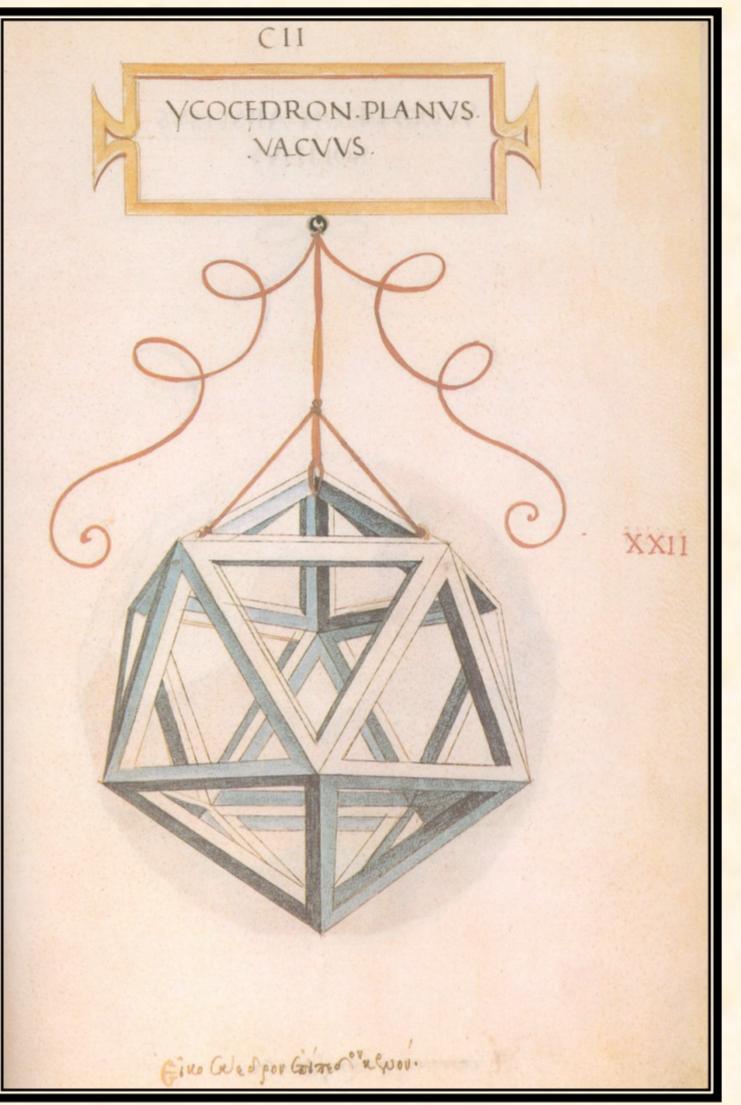
### Terra



### Aria



### Acqua



EXCELLENTISSIMO PRINCIPI LUDOVICO  
M(ARIA), SFORZA, ANGLO  
MEDIOLANUM, D(UC)A., PACIS ET BELL  
ORNAMENTO, FRATRIS LUCE EX BURGO  
S. SEPUL., OR. MINORUM, SACE.  
THEOL. PROFES. DE DIVINA  
PROPORTIONE. EPISTOLA

### DE DIVINA PROPORTIONE

#### Il titolo che conviene al presente trattato o compendio.

In questo trattato appare, nel capitolo V, la giustificazione del nome dato a questa *Divina Proportione* oggi detta *rapporto aureo*:

"Parme del nostro tractato Excellentissimo Duca, el suo condecente titolo dover esser de la *divina proportione*. E questo per molte simili convenienti quali trova in la nostra proportione de la quale in questo nostro utilissimo discorso intendemo a esso dio spectante. De li quali fra le altre quattro ne prendremo a sufficiencia del nostro proposito.

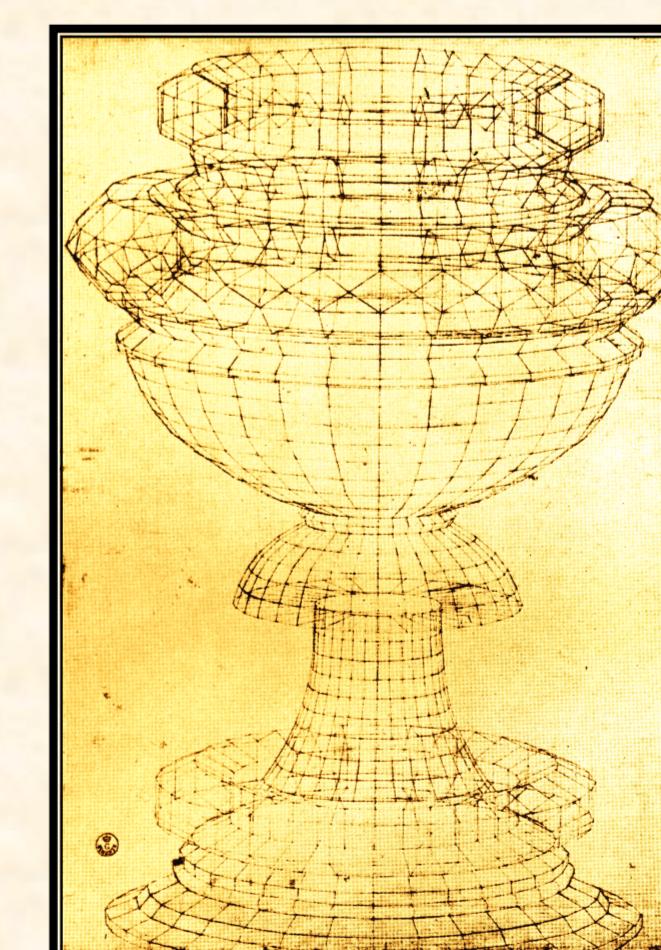
La prima e che sia una sola e non più. E non è possibile di lei asegnare altre specie ne differenti. La quale unita sia el supremo epitetio de epso idio. Secondo tutta la scola theologica e anche phylosophica.

La seconda convenientia e de la santa trinita. Cioe si commo in divinis una medesima substantia sia fra tre persone, padre, figlio e spirto santo. Così una medesima proportione de questa sorte sempre conven se trovi fra tre termini. E mai ne in più ne manco se poté retrovare commo se dira.

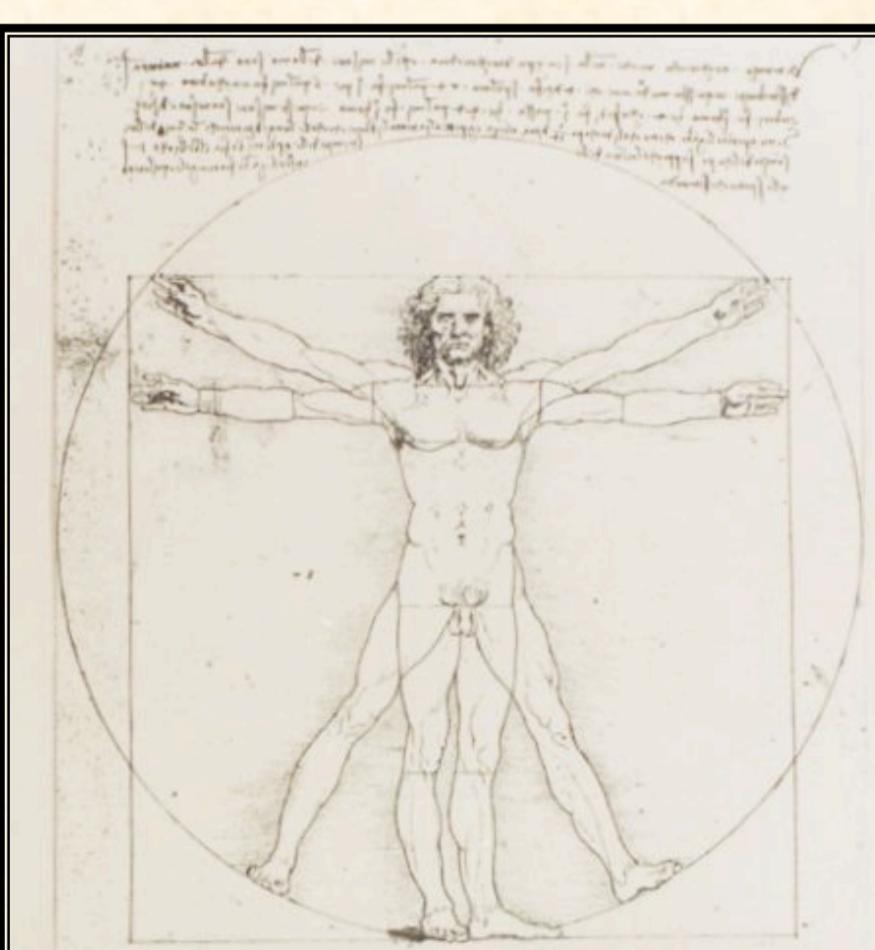
La tercia convenientia e che si commo idio propriamente non se po definire ne per parole a noi intendere, così questa nostra proportione non se poi mai per numero intendibile asegnare ne per quantità alcuna rationale exprimere, ma sempre sia occulta e secreta e da li mathematici chiamata irrationale.

La quarta convenientia e che si commo idio mai non se po mutare e sia tutto in tutto e tutto in ogni parte così la presente nostra proportione sempre in ogni quantità continua e discreta: o fuenno grandi o fuenno piccoli sia una medesima e sempre invariabile. E per verun modo se po mutare: ne anco per intellecto altamente aaprender commo el nostro processo demonstrara.

La quinta convenientia se po non immetitamente a le predice arogere cioè. Si commo idio lessere confersa a la virtù celeste per altro nome detta quinta essentia e mediante quella ali altri quattro corpi semplici cioè ali quattro elementi: *terra, aqua, aire e fuoco*. E per questi lessere a cadauno altra cosa in natura. Così questa *nosta sancta proportione lesser formale*, da secondo lantico PLATONE in suo *Timeo a epso ciclo*, attribuendoli la figura del corpo detto *Dodecaedron*, altramente corpo de dodici pentagoni. El quale, commo de sotto se mostrara, senza la nostra proportione non e possibile potersse formare. E similmente a ciascuno deli altri elementi sua propria forma asegnà fra loro per un modo coincidenti, cioè *al fuoco* la figura pyramidale detta *Tetraedron*, *a la terra* la figura cubica detta *exaedron*, *a laire* la figura detta *Octocedron*, e *al aqua* quella detta *Ycocedron*. E queste tal forme e figure dalli sapienti tutti corpi regulari sonno nuncupate, commo separatamente disotto de cadauno se dira. E poi mediante questi a infiniti altri corpi detti dependenti. Lquali 5 regulari non e possibile fra loro potersse proportionare ne da la sfera potersse intendere circumscribili senza la nostra detta proportione. El che de sotto tutto aparera. Leguali convenienti ben che altre assai sene potesse adure, queste ala condecente nominatione del presente compendio scianno per sufficientia asegnate."



Coppa  
PAOLO UCCELLO



Uomo di Vitruvio  
LEONARDO DA VINCI  
Venezia, Accademia Reale