Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

penalità	totale

09 Gennaio 2015 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.[8pt.] Si determinino tutte le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{3\bar{z}} - e^{-2z+1} = 0 \\ |\mathrm{Im}(5z - \overline{z})| < 5\mathrm{Re}\,(40z) \end{cases}$$

Esercizio 2. [8pt.] Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$T(x, y, z) = (x + 2z, 2x + y + 3z, x - 3y + 5z).$$

(2a). Si determini la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.
(2b). Si determini la dimensione e una base dell'immagine di T.
(2c). Si determini la dimensione e una base del nucelo di T.
(2d). Si determini la matrice B associata a T rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1, 0, 0), (1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$.

Esercizio 3. [**8pt.**] Date le matrici $C_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C_2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$,

(3a). calcolare il polinomio caratteristico e gli autovalori di C_1 e di C_2;

(3b). calcolare la dimensione degli autospazi;

(3c). stabilire se C_1 è diagonalizzabile e in caso affermativo trovare la forma diagonale e una base di autovettori;

(3c). stabilire se C_2 è diagonalizzabile e in caso affermativo trovare la forma diagonale e una base di autovettori.

Esercizio 4. [8pt.] Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ k-3 & 2-k & 0 & -k \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2-k & k & 0 & k+2 \end{pmatrix}.$$

(4a). Determinare l'insieme $D = \{k \in \mathbb{R} : \ A_k \text{ è diagonalizzabile}\}$.
(4b). Per $k \in D$, determinare una base di $\mathbb{R}^4$ formata da autovettori di A_k.