Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

penalità	totale

8 Giugno 2015 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.[8pt.]
(1a). Determinare l'insieme S di tutte le soluzioni complesse del sistema di equazioni

$$\begin{cases} (z+i)^3 & = \overline{z} - i \\ \overline{z}^5 + 4\overline{z} & = 0 \end{cases}.$$

(1b). Determinare l'insieme $T = \big\{(z_1, z_2) \in S^2 : \ z_1 \neq z_2 \text{ e } z_1 - z_2 \in \mathbb{R}\big\}$.
(1c). Determinare l'insieme $Z = \{z \in S : \text{ per ogni } z' \in S \text{ tale che } z \neq z', \text{ si ha } z \cdot z' \in \mathbb{R}\}$.

Esercizio 2. **[12pt.]** Si considerino le relazioni

$$T\,(1,1,1) = (-1,2)\,,\; T\,(0,1,1) = (0,4)\,,\; T\,(1,1,0) = (2,1)\,.$$

(2a). Verificare che queste relazioni definiscono un'unica applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ (giustificare la risposta!).

(2b). Si determini la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.

(2c). Si determini la dimensione e una base dell'immagine di T. Dire se T è surgettiva.

(2d). Si determini la dimensione e una base del nucleo di T. Dire se T è iniettiva.

Esercizio 3. [**14pt.**] Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, si consideri la matrice

$$B_k = \begin{pmatrix} 3-k & -1 & 0 \\ k & 2 & k \\ 0 & 1 & 3-k \end{pmatrix}$$

(3a). Determinare gli autovalori di B_k e la loro molteplicità algebrica.
(3b). Determinare l'insieme $E = \{k \in \mathbb{R} : \ B_k \text{ è diagonalizzabile}\}$.
(3c). Per $k \in E$, trovare la forma diagonale di B_k e una base di $\mathbb{R}^3$ fatta di autovettori di B_k.