Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

penalità	totale

2015 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.[8pt.]
(1a). Determinare l'insieme S di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{2z} - e^{\overline{z}+3} = 0.$$

(1b). Dato l'insieme $T = \{z \in \mathbb{C} : \ |z| \leq 3\}$, determinare l'insieme $S \cap T$.
(1c). Determinare l'insieme $Z = \{z \in S : \ \overline{z} \in S\}$.
(1d). Determinare infine l'insieme $(S \cap T) \cup Z$.

Esercizio 2. **[10pt.]** Sia

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

la matrice associata a un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ rispetto alla base

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}.$$

(2a). Trovare la matrice B associata a T rispetto alla base canonica.
(2b). Determinare il vettore $v = T(1, 0, -5)$.
(2c). T è iniettiva?

Esercizio 3. [16pt.] Si considerino le matrici

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e } B_k = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 5 & k-1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ con } k \in \mathbb{R}.$$

(3a). Calcolare i polinomi caratteristici e le dimensioni degli autospazi della matrice E e della matrice B_k (al variare di k).

(3b). Sia T l'applicazione lineare che ha E come matrice associata rispetto alla base canonica. Trovare il valore $k_0 \in \mathbb{R}$ tale che B_{k_0} sia la matrice associata a T rispetto a una qualche base $\mathcal{C}$ di $\mathbb{R}^3$.

(3c). Calcolare gli autovettori di B_{k_0}.

(3d). Usare (3c) per trovare la base $\mathcal{C}$.