Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

8 Settembre 2016 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.[8pt.] Determinare le soluzioni complesse delle seguenti due equazioni:

1. $z^4 = 4\,\overline{z}^2$.

2. $e^{4zi} = -1$.

Esercizio 2. **[8pt.]** Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita ponendo

$$T\,(x, y, z) = (2x + 3y + 5z, x + 2y + z, y - 3z)\,.$$

1. Stabilire se T è iniettiva o suriettiva.

2. Determinare la matrice B associata a T rispetto alla base $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, b_3\}$ dove

$$b_1 = (0, 0, -1),\ \ b_2 = (0, 1, 2),\ \ b_3 = (-1, -1, 1).$$

Esercizio 3. [9pt.] Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x - y + 4z + t = -2 \\ 2x - y + 7z - t = 1 \\ 4x - 2y + 5z + 4t = -7 \end{cases}$$

1. Trovare una base dello spazio nullo (nucleo) della matrice A del sistema omogeneo associato.
2. Trovare una base dello spazio delle colonne (immagine) della matrice A.
3. Trovare l'insieme di tutte le soluzioni del sistema non omogeneo di sopra.

Esercizio 4. [9pt.] Al variare del parametro k, si consideri l'applicazione lineare $T_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dove

$$T_k(1,0,0) = (3,-3,6),\ T_k(0,1,0) = (2,-2,4),\ T_k(0,0,1) = (1,k+1,2).$$

1. Calcolare il polinomio caratteristico della matrice A_k associata a T_k.

   (N.B. Non è richiesto il calcolo degli autovalori.)

2. Trovare il valore di k per il quale la matrice A_k ha un autovalore uguale a 3.

3. Trovare una qualunque matrice diagonalizzabile A di dimensione 3x3 avente $\lambda = -1$, $\lambda = 1$ e $\lambda = 0$ come suoi autovalori, ed avente $v = (-1,0,3)$ come uno dei suoi autovettori di autovalore $\lambda = -1$.