Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

17 Luglio 2017 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. [6 pt.]

Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^3 + 2\,\overline{z} \;=\; 0$$

Esercizio 2. [12 pt.]

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita ponendo

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4,\ 4x_2,\ x_3,\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4)\,.$$

(a) Scrivere la matrice A associata a f rispetto alla base canonica.

(b) Determinare gli autovalori di A.

(c) Trovare una base per ciascuno degli autospazi.

(d) Trovare, se esiste, una matrice invertibile S tale che $S^{-1} \cdot A \cdot S = D$ è una matrice diagonale.

Esercizio 3. [10 pt.]

Si consideri il seguente sistema lineare in 3 equazioni e 4 incognite:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 - x_4 = c_1 \\ 6x_1 - 3x_2 - 4x_3 - x_4 = c_2 \\ 4x_1 - 10x_2 - 2x_3 - 2x_4 = c_3 \end{cases}$$

(a) Si determini la matrice A corrispondente al sistema omogeneo associato.

(b) Si determini la dimensione e una base dello spazio delle colonne (immagine) di A.

(c) Si determini la dimensione e una base dello spazio nullo (nucleo) di A.

(d) Trovare l'insieme di tutte le soluzioni (x_1, x_2, x_3) del sistema di sopra dove i termini noti sono $c_1 = -2, c_2 = 5, c_3 = -6$.

Esercizio 4. [5pt.]

- Trovare una matrice $A \neq 0$ di dimensioni 2×2 tale che il suo unico autovalore sia $\lambda = 0$.
- A è diagonalizzabile? (Giustificare la risposta)