Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Tempo a disposizione: 120 minuti.
Buon lavoro!

28 Gennaio 2019

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.
Buon lavoro!

Esercizio 1. [6 pt.]
Trovare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione:

$$z^3 + 36\,\overline{z} = 0$$

Esercizio 2. [10 pt.]
Si consideri il seguente sistema lineare in 4 equazioni e 4 incognite:

$$\begin{cases} -x-y=-2 \\ x+z+2w=5 \\ 2y+z-w=1 \\ x-2y-3w=-4 \end{cases}$$

1. Si determini la matrice A corrispondente al sistema lineare omogeneo associato.
2. Si determini la dimensione e una base dello spazio delle colonne di A.
3. Si determini la dimensione e una base del nucleo di A.
4. Trovare tutte le soluzioni (x, y, z, w) del sistema.
5. Trovare un vettore di termini noti (t_1, t_2, t_3, t_4) non nullo e diverso da $(-2, 5, 1, -4)$ per cui il seguente sistema ammette soluzione:

$$\begin{cases} -x-y=t_1 \\ x+z+2w=t_2 \\ 2y+z-w=t_3 \\ x-2y-3w=t_4 \end{cases}$$

Esercizio 3. [10 pt.]

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita ponendo

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-x_1 + 6x_2,\ 6x_2,\ -3x_2 - x_3,\ -4x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 3x_4).$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 0 \\ -4 & 4 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Determinare il polinomio caratteristico $P_A(\lambda)$ della matrice A associata ad f rispetto alla base canonica, e determinare gli autovalori e la loro molteplicità algebrica.

2. Trovare una base per ciascuno degli autospazi.

3. Trovare, se esiste, una matrice invertibile S e una matrice diagonale D tali che $D = S^{-1}AS$.

Esercizio 4. [6pt.]

- Trovare una base del sottospazio

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 0\}.$$

- Definire un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ che sia diagonalizzabile con autovalori $\lambda = 0$, $\lambda = 2$, $\lambda = -1$ e tale che il vettore $(1, 1, 1)$ sia contenuto nell'immagine.

  È possibile definire T in modo che sia suriettiva? (giustificare la risposta).