

## Geometria — Compito scritto del 7 Gennaio 2021

Tutte le risposte devono essere giustificate

Buon lavoro!

**Esercizio 1.** [7 pt.] Col metodo di Gauss-Jordan, determinare l'inversa della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 2.** [14 pt.] Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -6 & -12 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

1. Scrivere il polinomio caratteristico di  $A$ .
2. Determinare una base per ciascuno degli autospazi.
3. Determinare una matrice invertibile  $S$  e una matrice diagonale  $D$  tali che  $S^{-1}AS = D$ .

**Esercizio 3.** [9 pt] Trovare tutte le soluzioni complesse dell'equazione:

$$27z^3 - 8i = 0$$

**Esercizio 4.**\*\*\*

1. Trovare un'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  diversa da zero e dall'identità e tale che  $f \circ f = f$ .
2. Dimostrare che se un'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  è tale che  $f \circ f = f$  allora gli unici possibili autovalori sono  $\lambda = 0$  e  $\lambda = 1$ .