GEO - 13/9/2021 - Parte 1

Avete a disposizione 60 minuti. Il test comprende 4 quiz a scelta multipla (punteggio 3 punti per ogni risposta corretta, -1,5 punti per ogni risposta sbagliata, 0 punti se non si risponde), 3 domande con risposta da motivare (punteggio da -1 a 4 punti), e 2 domande con risposta libera (punteggio fino a un massimo di 4,5 punti per ogni domanda). Il totale massimo dei punteggi e' 33. Il punteggio minimo per superare questa parte e' 17. Buon lavoro!

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**mauro.di.nasso@unipi.it**) è stato registrato quando hai inviato questo modulo.

QUIZ A SCELTA MULTIPLA. Sia f:A-->B e g:B-->C due funzioni, e supponiamo che la loro composizione gof:A-->C sia iniettiva. Quale delle seguenti affermazioni e' vera? *

- ○ g e' necessariamente iniettiva, ma f potrebbe non esserlo
- ◉ f e' necessariamente iniettiva, ma g potrebbe non esserlo
- ○ Sia f che g sono necessariamente iniettive
- ○ NESSUNA RISPOSTA

QUIZ A SCELTA MULTIPLA. Quale delle seguenti affermazioni significa che la funzione f:A-->B e' suriettiva?

- ○ Ogni elemento a di A ha un' immagine f(a) in B
- ◉ Ogni elemento b di B e' immagine di almeno un elemento a di A
- ○ Ogni elemento b di B e' immagine di al piu' un elemento a di A
- ○ NESSUNA RISPOSTA

QUIZ A SCELTA MULTIPLA. Supponiamo che f:R^m-->R^n sia una qualunque applicazione lineare iniettiva, e sia B la matrice associata. Quale delle seguenti affermazioni e' sempre vera? *

- (selected) La matrice B non ha colonne libere
- Il numero di colonne di B e' maggiore o uguale al suo numero di righe
- Tutte le colonne della matrice B sono colonne pivot
- NESSUNA RISPOSTA

QUIZ A SCELTA MULTIPLA. Sia A una matrice quadrata invertibile. Quale delle seguenti affermazioni e' vera?

- A e' necessariamente diagonalizzabile
- A e' necessariamente simmetrica
- (selected) A non ha l'autovalore lambda=0
- NESSUNA RISPOSTA

DOMANDA CON RISPOSTA DA MOTIVARE. L'insieme V di tutte le matrici 2x2 dove la prima colonna e' uguale alla seconda colonna costituisce uno spazio vettoriale. Qual e' la sua dimensione? Motivare la risposta.

La dimensione e' 2. Infatti V e' costituito da tutte le matrici dove in ogni riga compare sempre lo stesso numero, cioe' da matrici della forma C=(a a; b b) con a e b numeri reali qualunque. [A sinistra del punto a virgola ci sono i numeri della prima riga, seguiti dai numeri della seconda riga.] Una base di V e' costituita ad esempio dalle due matrici e A=(1 1; 0 0) e B=(0 0 ; 1 1).

DOMANDA CON RISPOSTA DA MOTIVARE. Fare un esempio di un insieme di 3 vettori di R^2 che e' un insieme di generatori ma non e' una base. Motivare la risposta.

Un esempio molto semplice e' l'insieme {e_1, e_2, v} dove e_1=(1;0) ed e_2=(2;0) sono i vettori canonici, e v=(1;1). Visto che gia' {e_1,e_2} e' un insieme di generatori, anche {e_1, e_2, v} lo e'. Tuttavia quest'ultimo non e' una base perche' quei tre vettori NON sono linearmente indipendenti; ad esempio v appartiene allo span degli altri due vettori, visto che v=e_1+e_2 a

DOMANDA CON RISPOSTA DA MOTIVARE. Siano A e B due matrici ortogonali nxn. Si puo' concludere che anche il prodotto AB e' una matrice ortogonale? Motivare la risposta. [Ricordare che una matrice e' ortogonale se la sua trasposta e' uguale alla sua inversa]

Si. Infatti se A e B sono ortogonali, cioe' se A^T=A^{-1} e B^T=B^{-1}, allora (AB)^T=B^T A^T=B^{-1}A^{-1}=(AB)^{-1}, e quindi anche AB e' ortogonale.

DOMANDA A RISPOSTA LIBERA. Sia A una matrice quadrata e sia lambda un suo autovalore. Spiega che cos'e' la molteplicita' geometrica di lambda. *

La molteplicita' geometrica di un autovalore lambda e' la dimensione del suo autospazio, cioe' m.g. = dim(ker(A-lambda I)). Quindi la m.g. di lambda e' il massimo numero di vettori linearmente indipendenti non nulli che sono autovettori di autovalore lambda.

DOMANDA A RISPOSTA LIBERA. Dato un sistema lineare, sia A la matrice associata. Se il vettore colonna dei termini noti appartiene all'immagine di A, cosa possiamo dire dell'insieme S delle soluzioni?

Possiamo dire che S e' non vuoto, cioe' che il sistema ha sicuramente soluzione. Infatti l'immagine e' costituita dallo Span delle colonne della matrice, e quindi la colonna b dei termini noti e' combinazione lineare x_1 a_1+...+x_n a_n=b delle colonne a_1,...,a_n. Questo significa che x_1,...,x_n sono soluzione del sistema lineare.

Attenzione: controllare bene tutte le risposte, una vota inviato il modulo NON si torna indietro.

Confermo che ho controllato le risposte, e sono pronto ad inviare il modulo *

- [x] Si