

Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria Design Industriale

Compito di Geometria – 24 Gennaio 2022

Tempo a disposizione: 120 minuti.

□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□														
□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□														
□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□														
(Cognome)														(Nome)										(Numero di matricola)					

Attenzione: Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Buon lavoro!

Esercizio 1. [6 pt.]

Trovare tutte le soluzioni complesse (scritte in forma cartesiana) della seguente equazione, dove \bar{z} denota il coniugato di z :

$$\bar{z} - 16z^3 = 0$$

Esercizio 2. [10pt.]

Consideriamo i seguenti vettori di \mathbb{R}^4 , dove k è un parametro:

$$v_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad v_2 = \begin{pmatrix} -2k \\ 2k + 1 \\ -2 \\ 6k \end{pmatrix}; \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k - 1 \\ -3 \\ 4k^2 - 2 \end{pmatrix}.$$

Al variare del parametro k , determinare la dimensione del sottospazio $W = \text{Span}\{v_1, v_2, v_3\}$.

Esercizio 3. [10pt.]

Si consideri la seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori reali della matrice A e la loro molteplicità algebrica.
2. Per ognuno degli autovalori, trovare una base del relativo autospazio.
3. Trovare, se esistono, una matrice invertibile S ed una matrice diagonale D tali che $S^{-1}AS = D$.

Esercizio 4. [8 pt.]

Sia $W = \text{Span}\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ il sottospazio di \mathbb{R}^3 generato dai seguenti vettori:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Trovare una base di W .
2. Trovare un'applicazione lineare T tale che $\ker(T) = W$.
3. Trovare, se esiste, una matrice A di dimensioni 3×3 tale che:
 - A è diagonalizzabile.
 - A non è invertibile.
 - W è un autospazio di A .