

Esercizio 2. [8 pt.]

Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

Descrivere l'insieme \mathcal{S} di tutte le soluzioni del sistema.

Esercizio 3. [10pt.]

Si consideri la seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 6 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori reali della matrice A e la loro molteplicità algebrica.
2. Per ognuno degli autovalori, determinare la sua molteplicità geometrica e trovare una base del relativo autospazio.
3. Trovare, se esistono, una matrice invertibile S ed una matrice diagonale D tali che $S^{-1}AS = D$.

Esercizio 4 [punti 6]

1. Determinare una matrice 3×3 che ha il vettore $v = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ come autovettore

di autovalore $\lambda = -2$.

2. Esiste una matrice A di dimensioni 3×3 (scritta rispetto alla base canonica) che soddisfi le seguenti tre proprietà?

- L'applicazione lineare associata non è iniettiva.
- $\lambda = -2$ è autovalore.
- A è diagonalizzabile.

Se la risposta è NO, spiegare perché. Se la risposta è SI, trovare un esempio.