Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

9 Settembre 2024
Tempo a disposizione : 120 minuti

Per essere considerate valide, le risposte devono essere giustificate

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. [6 pt.]
Trovare tutte le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$2z^3 \; = \; 50\,\overline{z}.$$

Esercizio 2. [10 pt.]
Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare così definita:

$$T(x, y, z) = (-x + 3y + 2z, -y + z)$$

1. Determinare la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.
2. Determinare l'insieme $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid T(x, y, z) = (2, 4)\}$.
3. T è suriettiva? T è iniettiva?
4. Trovare un'*inversa destra* di A, cioè una matrice B tale che il prodotto $A \cdot B = I$ è la matrice identità.

Esercizio 3. [10 pt.]
Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori di A e la loro molteplicità algebrica.
2. Determinare una base per ciascuno degli autospazi.
3. Determinare una matrice invertibile S e una matrice diagonale D tali che $D = S^{-1}AS$.

Esercizio 4. [6pt.]

1. Determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che:
   - Il vettore $v_1 = (0, 1, 0)$ è un autovettore con autovalore 3,
   - Il vettore $v_2 = (1, 1, 1)$ è un autovettore con autovalore 1,
   - f non è invertibile.
2. Scrivere la matrice A associata a f rispetto alla base canonica.
3. Esiste un'unica applicazione lineare f che soddisfa le proprietà (1)? Se sì, motiva la risposta; se no, mostra due esempi distinti di appl. lineari che soddisfano (1).