Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2003/2004

prova scritta del 22-09-2004

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{(z^3)} = i \\ z \cdot \overline{z} \cdot |z| \leq 2\pi \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & t \\ t & t & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.
(ii) Per i valori di t per cui $Ker(f_t) \neq \{0\}$ si determini una base del nucleo di f_t e una base dell'immagine di f_t.
(iii) Si determinino, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x + 2z \\ y \\ -2x - z \\ 2y + w \end{pmatrix}$$

i) Determinare gli autovalori di f, specificandone la molteplicità algebrica e geometrica
ii) Determinare gli autovettori di f.
iii) Completare gli autovettori di f ad una base di $\mathbb{R}^4$.