Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2005/2006

prova scritta del 1-2-2006

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 - \overline{z}^4 = 0 \\ |e^z| = e^2 \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variaree del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 & +4x_2 & -5x_3 \\ x_1 & & +tx_3 \\ tx_1 & -2x_2 & +2x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro t determinare una base di $Im(f_t)$ e una di $Ker(f_t)$.

(ii) Si determini per quali valori di t il sistema

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ammette almeno una soluzione

(ii) Dato il sottospazio $W \subset \mathbb{R}^3$,

$$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} : 3x_1 - 2x_3 = 0 \}$$

si determini per quali valori di t si ha $\mathbb{R}^3 = W + Ker(f_t)$.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare gli autovalori di f, specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Dire se la matrice A è diagonalizzabile.
(iii) Dire se la matrice A^2 è diagonalizzabile.