

Compitino n.1 13/11/2009
 TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 risposta sbagliata = -2
 calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$z = 1 + i \implies z^4 = 4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I vettori $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ costituiscono un insieme di generatori di \mathbb{R}^3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Siano v_1, v_2 due vettori linearmente dipendenti di uno spazio vettoriale V . Allora v_1, v_2, v_3 sono sicuramente linearmente dipendenti $\forall v_3 \in V$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il sottoinsieme di \mathbb{R}^2 $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x_1 = 1 \right\}$ è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

• $i^{401} =$

• $z = 1 + 2i, w = 1 + i \implies z \cdot \bar{w} =$

- Scrivere nella forma $z = x + iy$ il seguente numero complesso:

$z = e^{\log 2 + i \frac{\pi}{4}} \implies z =$

- Determinare la dimensione del seguente sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 :

$W_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle$

$\dim(W_1) =$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-3]

Sia z_0 il numero complesso $z_0 = 2 + i2\sqrt{3}$.

- (i) Disegnare nel piano di Gauss l'insieme $\{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| \leq 2\}$
- (ii) Determinare la parte reale e la parte immaginaria di z_0^{-1} .

Esercizio 2. [punteggio: 0-3]

Determinare il polinomio monico $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ di grado 2 che ha come radice il numero $2 + i$

Esercizio 3. [punteggio: 0-6]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z + 4)^4 = -2500 \\ e^{\pi z} = -e^{\pi} \end{cases}$$

(suggerimento: $2500 = 5^4 \cdot 2^2$)

Esercizio 4. [punteggio: 0-4]

Dati W e Z i seguenti sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3 :

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 - x_2 - 4x_3 = 0 \right\}, \quad Z = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Determinare una base di W , una base di Z e una base di $W \cap Z$.