Corso di Algebra

Ingegneria Gestionale

anno accademico 2001/2002

ESERCITAZIONE 3.3

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1$ è lineare	□	□
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1 \cdot x_2$ è lineare	□	□
$\left.\begin{matrix} A & \text{matrice} & 3 \times 2 \\ B & \text{matrice} & 2 \times 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 2×2	□	□
$\left.\begin{matrix} A & \text{matrice} & 3 \times 2 \\ B & \text{matrice} & 2 \times 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 3×3	□	□
$\left.\begin{matrix} A & \text{matrice} & 3 \times 2 \\ B & \text{matrice} & 2 \times 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow B \cdot A$ è una matrice 2×2	□	□
A, B matrici $3 \times 3 \Rightarrow A \cdot B = B \cdot A$	□	□
Esiste una matrice A 2×2 non nulla tale che A^2 è la matrice nulla	□	□

- Sia $A \cdot X = b$ un sistema lineare di 3 equazioni & 3 incognite, dove

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Allora:

Proposizione	Vera	Falsa
Il sistema ha sempre un'unica soluzione	□	□
Il sistema ha un'unica soluzione $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0$	□	□
Esistono A, b tali che il sistema non ha soluzione	□	□
Esistono A, b tali che il sistema ha esattamente 2 soluzioni distinte	□	□
Esistono A, b tali che il sistema ha almeno 1999 soluzioni distinte	□	□

- Studiare al variare del parametro t il sistema $\begin{cases} x_1 + x_2 + tx_3 = 0 \\ x_1 + tx_2 + x_3 = 0 \\ tx_1 + x_2 + tx_3 = 1 \end{cases}$

• Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & t \\ t & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

i) Studiare al variare del parametro t le soluzione del sistema $A \cdot X = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

ii) Studiare al variare del parametro t le soluzione del sistema $A \cdot X = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

iii) Studiare al variare del parametro t le soluzione del sistema $A \cdot X = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ t \end{pmatrix}$

• CALCOLARE I SEGUENTI PRODOTTI DI MATRICI

$(1 \quad 2 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

• $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

• $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

• $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot ({}^tA) = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

• $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow ({}^tA) \cdot A = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$