(Corso di Laurea)

18 luglio 2002 – tempo a disposizione : 30 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. PUNTEGGIO : **risposta mancante = -4 ; errata = da -3 a +3 ; esatta = +4**

• Sia λ un autovalore dell'applicazione lineare $f : V \to V$. La molteplicità geometrica di λ è

Esercizio 2. PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 ; risposta sbagliata = -1

• Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$e^{16\pi i} = 1$	☐	☐
$\forall z \neq 0$ si ha $\overline{z}z < 0$	☐	☐
Un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ è sempre surgettiva	☐	☐
W, Z sottospazi di $\mathbb{R}^4$, $\dim W + \dim Z > 4 \Rightarrow W \cap Z \neq \{0\}$	☐	☐
A matrice 3×3 a coeff. reali, $A^2 = 0 \Rightarrow \det A = 0$	☐	☐
Per ogni prodotto scalare $<,>$ si ha: $< v, w >= 1 \Rightarrow < w, v >= -1$	☐	☐

Esercizio 3. PUNTEGGIO : risposta mancante o errata = 0 ; risposta esatta = +2

• $z = 1 + i, \ w = 1 - i \ \Rightarrow \ z/w =$ ☐

• V= $\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$, $W = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle \ \Rightarrow \dim V \cap W =$ ☐

• $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

• $f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \end{pmatrix} \Rightarrow$ matrice associata a f rispetto alle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2 = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}$

• Il prodotto scalare $\langle \ , \ \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definito da $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 - 4x_2y_2 + 3x_1y_2 + 3x_2y_1$

è : definito ☐ indefinito e non degenere ☐ degenere ☐