

Università degli Studi di Pisa- Corso di laurea in Ingegneria Biomedica
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

del 6 Giugno 2013

Nome e Cognome: _____ Matricola: _____

1. Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^2

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |3y| \leq 9\}, \quad B = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{(x-9)^2}{9} + y^2 \leq 8 \right\}.$$

- (a) Tracciare approssimativamente un disegno di A e B nel piano e stabilire se si tratta di sottoinsiemi compatti di \mathbb{R}^2 ;
- (b) Parametrizzare il bordo di $A \cap B$ come unione di curve regolari;
- (c) Calcolare l'area di $A \cap B$;
- (d) Data $f(x, y) = x^2 - 2x + y^2$ calcolare massimo e minimo assoluti di f ristretta ad $A \cap B$.

2. Sia V il solido ottenuto dalla rotazione intorno all'asse x del sottoinsieme C del piano x, y dato da $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sin(x), x \in [0, \pi]\}$.

- (a) Si calcoli il volume di V ;
- (b) Si calcoli il seguente integrale sulla superficie \mathbf{S} costituita dal bordo di V

$$\int_{\mathbf{S}} \cos(x) dS;$$

- (c) Si calcoli il flusso uscente dalla superficie \mathbf{S} del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2xy, -y^2, x + z).$$