Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema ALFA

3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) L'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y, z) = (3x+2y+z, kx+2y+kz)$ è suriettiva
A: sempre; B: mai; C: per $k \neq 1$ D: per $k \neq 2$; E: N.A.

2) La retta ortogonale alla retta $y = 2x - 10$ e passante per il punto $(-1, 1)$ è
A: $y = -x/2 + 10$; B: $y = (1 - x)/2$; C: N.A. ; D: $y = -2x - 1$; E: $y = x/2$.

3) La funzione $y = \sqrt{x^3 + 1}$ è convessa
A: per $-1 < x < 1$; B: su tutto $\mathbb{R}$; C: per $x > 0$; D: N.A.; E: mai.

4) Il limite $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2 - e^x}{\cos(x) + 2^x}$ vale
A: -1; B: $+\infty$; C: $-\infty$; D: 0; E: N.A.

5) La funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{1-x}}$ ha in $x = 0$ derivata
A: 1; B: $\sqrt{2}$; C: N.A. D: 3; E: inesistente.

6) Il coniugato del numero complesso $\dfrac{(i + \sqrt{3})^4}{8}$ è uguale a
A: $1 + \sqrt{3}$; B: N.A.; C: $i\sqrt{3}$; D: $-1 - i\sqrt{3}$; E: 2.

7) Il valore dell'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\, dx$ è
A: $(\sqrt{2} + 1)/2$; B: $\sqrt{2} - 1$; C: $1/2$; D: $\sqrt{2}/2$; E: N.A.

8) La disequazione $\ln(e^{2-x} + 1) \geq \ln(2)$ è vera solo per
A: $x \leq 2$; B: nessun $x \in \mathbb{R}$; C: $x \geq 1$ D: $1 < x < e$; E: N.A.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema BETA

3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) L'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y, z) = (x + 2y + kz, kx + 2y + z)$ è suriettiva
A: sempre; B: mai; C: per $k \neq 1$ D: per $k \neq 0$; E: N.A.

2) La retta ortogonale alla retta $y = 3x - 10$ e passante per il punto $(2, 1)$ è
A: $y = -x/3 + 10$; B: $y = (1 - x)/3$; C: N.A. ; D: $y = (2 - x)/3 + 1$; E: $y = (x + 1)/3$

3) La funzione $y = \sqrt{x^3 - 1}$ è convessa
A: per $x > \sqrt[3]{4}$; B: su tutto $\mathbb{R}$; C: per $x > 0$; d: N.A.; E: mai.

4) Il limite $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2 - e^x}{4^x - \arctan(x)}$ vale
A: -1; B: 0; C: $+\infty$; D: $-\infty$; E: N.A.

5) La funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{2+x}}$ ha in $x = 0$ derivata
A: $1/2\sqrt{2}$; B: $\sqrt{2}/8$; C: N.A. D: $4\sqrt{2}$; E: inesistente.

6) Il coniugato del numero complesso $\dfrac{(\sqrt{3} - i)^4}{8}$ è uguale a
A: $-1 + \sqrt{3}$; B: N.A.; C: $i\sqrt{3}$; D: $-1 - i\sqrt{3}$; E: 2.

7) Il valore dell'integrale $\displaystyle\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}\, dx$ è
A: $2(\sqrt{5} + 1)$; B: $\sqrt{5} - 1$; C: $1/2$; D: $2\sqrt{5}$; E: N.A.

8) La disequazione $\ln(e^{-2x} + 1) \leq \ln(2)$ è vera solo per
A: $x \leq -1/2$; B: nessun $x \in \mathbb{R}$; C: $x < 1$ D: $1 < x < e$; E: N.A.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema GAMMA

3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) L'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y, z) = (x + 2ky + z, kx + 2y + z)$ è suriettiva

A: sempre; B: mai; C: per $k \neq 0$ D: per $k \neq 1$; E: N.A.

2) La retta ortogonale alla retta $y = x - 11$ e passante per il punto $(-1, 1)$ è

A: $y = -x + 11$; B: $y = (1 - x)/2$; C: N.A. ; D: $y = -2x - 1$; E: $y = -x$.

3) La funzione $y = 1 - \sqrt{x^3 + 1}$ è convessa

A: per $-1 < x < 1$; B: su tutto $\mathbb{R}$; C: per $x > 0$; D: N.A.; E: mai.

4) Il limite $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^4} + 1}$ vale

A: 0; B: 1; C: $-\infty$; D: $+\infty$; E: N.A.

5) La funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$ ha in $x = 0$ derivata

A: $3/2\sqrt{2}$; B: $3\sqrt{2}$; C: N.A. D: 3; E: inesistente.

6) Il numero complesso $\dfrac{(i + \sqrt{3})^4}{8}$ è uguale a

A: $1 + \sqrt{3}$; B: N.A.; C: $i\sqrt{3}$; D: $-1 - i\sqrt{3}$; E: $-1 + i\sqrt{3}$.

7) Il valore dell'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}\, dx$ è

A: $2(\sqrt{5} + 1)$; B: $\sqrt{5} - 1$; C: $1/2$; D: $2\sqrt{5}$; E: N.A.

8) La disequazione $\ln(e^{2x+1} + 1) \geq \ln(2)$ è vera solo per

A: $x \geq 2$; B: nessun $x \in \mathbb{R}$; C: $x \geq -1/2$ D: $-1 < x < 2$; E: N.A.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema DELTA

3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) La funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$ ha in $x = 0$ derivata
A: $3/2\sqrt{2}$; B: $3\sqrt{2}$; C: N.A. D: 3; E: inesistente.

2) La funzione $y = 1 - \sqrt{x^3 + 1}$ è convessa
A: per $-1 < x < 1$; B: su tutto $\mathbb{R}$; C: per $x > 0$; D: N.A.; E: mai.

3) Il limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2 - x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^4} + 1}$ vale
A: 0; B: 1; C: $-\infty$; D: $+\infty$; E: N.A.

4) L'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y, z) = (3x + 2y + z, kx + 2y + kz)$ è suriettiva
A: sempre; B: mai; C: per $k \neq 1$ D: per $k \neq 2$; E: N.A.

5) Il numero complesso $\dfrac{(i + \sqrt{3})^4}{8}$ è uguale a
A: $1 + \sqrt{3}$; B: N.A.; C: $i\sqrt{3}$; D: $-1 - i\sqrt{3}$; E: $-1 + i\sqrt{3}$.

6) La disequazione $\ln(e^{2-x} + 1) \geq \ln(2)$ è vera solo per
A: $x \leq 2$; B: nessun $x \in \mathbb{R}$; C: $x \geq 1$ D: $1 < x < e$; E: N.A.

7) La retta ortogonale alla retta $y = 3x - 10$ e passante per il punto $(2, 1)$ è
A: $y = -x/3 + 10$; B: $y = (1 - x)/3$; C: N.A. ; D: $y = (2 - x)/3 + 1$; E: $y = (x + 1)/3$

8) Il valore dell'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}\, dx$ è
A: $2(\sqrt{5} + 1)$; B: $\sqrt{5} - 1$; C: $1/2$; D: $2\sqrt{5}$; E: N.A.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema EPSILON

3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) La disequazione $\ln(e^{2x+1}+1) \geq \ln(2)$ è vera solo per
A: $x \geq 2$; B: nessun $x \in \mathbb{R}$; C: $x \geq -1/2$ D: $-1 < x < 2$; E: N.A.

2) L'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x,y,z) = (x+2y+kz, kx+2y+z)$ è suriettiva
A: sempre; B: mai; C: per $k \neq 1$ D: per $k \neq 0$; E: N.A.

3) Il limite $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2 - e^x}{4^x - \arctan(x)}$ vale
A: -1; B: 0; C: $+\infty$; D: $-\infty$; E: N.A.

4) La funzione $y = \sqrt{x^3+1}$ è convessa
A: per $-1 < x < 1$; B: su tutto $\mathbb{R}$; C: per $x > 0$; D: N.A.; E: mai.

5) Il coniugato del numero complesso $\dfrac{(\sqrt{3}-i)^4}{8}$ è uguale a
A: $-1+\sqrt{3}$; B: N.A.; C: $i\sqrt{3}$; D: $-1-i\sqrt{3}$; E: 2.

6) La funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{2+x}}$ ha in $x = 0$ derivata
A: $1/2\sqrt{2}$; B: $\sqrt{2}/8$; C: N.A. D: $4\sqrt{2}$; E: inesistente.

7) La retta ortogonale alla retta $y = x - 11$ e passante per il punto $(-1,1)$ è
A: $y = -x+11$; B: $y = (1-x)/2$; C: N.A. ; D: $y = -2x-1$; E: $y = -x$.

8) Il valore dell'integrale $\displaystyle\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\,dx$ è
A: $2(\sqrt{5}+1)$; B: $\sqrt{5}-1$; C: $1/2$; D: $2\sqrt{5}$; E: N.A.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema ZETA

3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) La funzione $y = \sqrt{x^3 - 1}$ è convessa
A: per $x > \sqrt[3]{4}$; B: su tutto $\mathbb{R}$; C: per $x > 0$; d: N.A.; E: mai.

2) Il limite $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2 - x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^4} + 1}$ vale
A: 0; B: 1; C: $-\infty$; D: $+\infty$; E: N.A.

3) La funzione $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$ ha in $x = 0$ derivata
A: $3/2\sqrt{2}$; B: $3\sqrt{2}$; C: N.A. D: 3; E: inesistente.

4) Il coniugato del numero complesso $\dfrac{(i+\sqrt{3})^4}{8}$ è uguale a
A: $1 + \sqrt{3}$; B: N.A.; C: $i\sqrt{3}$; D: $-1 - i\sqrt{3}$; E: 2.

5) La disequazione $\ln(e^{-2x} + 1) \leq \ln(2)$ è vera solo per
A: $x \leq -1/2$; B: nessun $x \in \mathbb{R}$; C: $x < 1$ D: $1 < x < e$; E: N.A.

6) Il valore dell'integrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ è
A: $(\sqrt{2}+1)/2$; B: $\sqrt{2} - 1$; C: $1/2$; D: $\sqrt{2}/2$; E: N.A.

7) La retta ortogonale alla retta $y = 2x - 10$ e passante per il punto $(-1, 1)$ è
A: $y = -x/2 + 10$; B: $y = (1-x)/2$; C: N.A. ; D: $y = -2x - 1$; E: $y = x/2$.

8) L'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y, z) = (x + 2ky + z, kx + 2y + z)$ è suriettiva
A: sempre; B: mai; C: per $k \neq 0$ D: per $k \neq 1$; E: N.A.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema A
3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1. Supponiamo di poter scrivere utilizzando un alfabeto di n lettere.

(1) Quante parole di lunghezza k si possono costruire?
(2) Quante parole di lunghezza k si possono scrivere senza usare due volte la stessa lettera in una parola?
(3) Quante parole di lunghezza k si possono scrivere senza avere due lettere consecutive uguali?
(4) Se si scelgono un certo numero m di prefissi lunghi 3 lettere, quante sono le parole di lunghezza k che non iniziano con nessuno di questi prefissi?

Esercizio 2.
(a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y' + 2x^3 - 2xy = 0$;
(b) Determinare la soluzione dell'equazione differenziale $y' = x^3y^3 - xy$ tale che $y(0) = 1$.

Esercizio 3. Si determini l'insieme M di tutte le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y - 2z + 2w = 0 \\ 2x - y + 11z - 16w = 0 \\ 3x + y + 9z - 14w = 0 \end{cases}$$

individuandone una base. Determinare poi il sottoinsieme V dei vettori di M che sono ortogonali al vettore di coordinate $(1, 1, 0, -1)$, determinando anche in questo caso una base di V.

Esercizio 4. Studiare il grafico di $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{xe^{2x}}$ determinando:
(i) le zone di crescenza/decrescenza; (ii) massimi e minimi locali; (iii) le zone di concavità/convessità; (iv) eventuali asintoti.

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema B
3 luglio 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1. Supponiamo di poter scrivere utilizzando un alfabeto di n lettere.

(1) Quante parole di lunghezza k si possono costruire?
(2) Quante parole di lunghezza k si possono scrivere senza usare due volte la stessa lettera in una parola?
(3) Quante parole di lunghezza k si possono scrivere senza avere due lettere consecutive uguali?
(4) Se si scelgono un certo numero m di prefissi lunghi 3 lettere, quante sono le parole di lunghezza k che non iniziano con nessuno di questi prefissi?

Esercizio 2.
(a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $y' + 2x^3 + 2xy = 0$;
(b) Determinare la soluzione dell'equazione differenziale $y' = x^3y^3 + xy$ tale che $y(0) = 1$.

Esercizio 3. Si determini l'insieme M di tutte le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} 4x + 3y + 22z - 12w = 0 \\ x + 2y - 2z + 2w = 0 \\ 3x + y + 24z - 14w = 0 \end{cases}$$

individuandone una base. Determinare poi il sottoinsieme V dei vettori di M che sono ortogonali al vettore di coordinate $(1, 1, 2, -1)$, determinando anche in questo caso una base di V.

Esercizio 4. Studiare il grafico di $f(x) = \dfrac{(x^2 + x - 2)e^{2x}}{x + 1}$ determinando:
(i) le zone di crescenza/decrescenza; (ii) massimi e minimi locali; (iii) le zone di concavità/convessità; (iv) eventuali asintoti.