Compito di Ist. Mat. 1, Seconda parte, Tema XY

12 gennaio 2018

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1. Si consideri l'applicazione lineare $T \in \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definita da

$$T(x_1, x_2, x_3) = (2kx_1 - x_2, x_2 + kx_3, x_1 + x_2 - x_3, -x_1 + (k+1)x_3).$$

a) Trovare al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del nucleo e dell'immagine di T;
b) per $k = 0$ determinare una base del nucleo di T;
c) dire se per $k = 1$ l'applicazione T è iniettiva;
d) stabilire per quali valori di k il vettore $v = (3, 3, 1, 0)$ appartiene all'immagine di T.

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio.

Esercizio 2.

a) Calcolare

$$\int_{-2}^{1} \frac{|x+1|}{x^2+x-6}\,dx$$

b) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ è finito

$$\int_{3}^{+\infty} \frac{|x+1|}{(x^2+x-6)^{\alpha}}\,dx$$

Esercizio 3.

(1) Determinare al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ la soluzione di

$$y'(x) = e^{-2y(x)} e^{2x} \quad \text{tale che} \quad y(0) = \beta.$$

(2) Per $\beta = 1$ trovare il dominio della soluzione e determinare esistenza e valore di eventuali asintoti della funzione soluzione.

Compito di Ist. Mat. 1, Seconda parte, Tema ZW

12 gennaio 2018

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1. Si consideri l'applicazione lineare $T \in \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definita da

$$T(x_1, x_2, x_3) = (-2kx_1 - x_2, x_2 - kx_3, -x_1 + (1-k)x_3, x_1 + x_2 - x_3).$$

a) Trovare al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del nucleo e dell'immagine di T;
b) per $k = 0$ determinare una base del nucleo di T;
c) dire se per $k = -1$ l'applicazione T è iniettiva;
d) stabilire per quali valori di k il vettore $v = (3, 3, 0, 1)$ appartiene all'immagine di T.

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio.

Esercizio 2.

a) Calcolare

$$\int_{-1}^{3} \frac{|x-1|}{x^2-2x-8}\, dx$$

b) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ è finito

$$\int_{6}^{+\infty} \frac{|x-1|}{(x^2-2x-8)^{\alpha}}\, dx$$

Esercizio 3.

(1) Determinare al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ la soluzione di
$$y'(x) = e^{3y(x)}e^{3x} \quad \text{ tale che } \; y(0) = \beta.$$

(2) Per $\beta = 1$ trovare il dominio della soluzione e determinare esistenza e valore di eventuali asintoti della funzione soluzione.