Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema PIPPO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) La retta tangente al grafico di $f(x) = 2e^{\frac{x-1}{x+2}}$ nel punto $(1, 2)$ è
A: $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$; B: $y = \frac{2}{3}(x-1)$; C: $y = \frac{(4x+2)}{3}$; D: $y = -\frac{2}{3}x$; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = \dfrac{x^2+3x+1}{x^2+2x+2}$ ha in $x = 1+\sqrt{5}$
A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

3) La parte reale del numero complesso $(-1-i)^6$ è
A: 0; B: 2; C: 128; D: $\sqrt{2}$; E: N.A.

4) La funzione $f(x) = 3^{1-x^2}$
A: è crescente su $[0, +\infty)$; B: ha limite $+\infty$ per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: è discontinua in $x = 1$; E: ha asintoto $y = 0$ a $-\infty$.

5) Il polinomio di Taylor di grado 3 di $f(x) = x\ln(x^2+1)$ in $x_0 = 0$ è
A: $x - \dfrac{x^3}{3!}$; B: $x - \dfrac{x^3}{3}$; C: N.A. D: $x + \dfrac{x^3}{2}$; E: $x + x^3$.

6) Il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{\cos(x^2)(\sin(x)-x)}{e^{x^2}-1}$
A: non esiste; B: vale 1; C: N.A. D: vale -1; E: vale 2.

7) L'intervallo massimo di $\mathbb{R}$ in cui la funzione $f(x) = x - \arctan(2x)$ è convessa è
A: $[0, \sqrt{3}]$; B: N.A.; C: $[-1/\sqrt{3}, \sqrt{3}]$; D: $[-1, 1]$; E: $[0, \infty)]$.

8) Il prof. ha preparato 14 quesiti di chimica. Quanti compiti diversi costituiti da 8 domande (non ordinate) può formare?
A: N.A.; B: $11 * 14$; C: 86; D: $\binom{14}{4}$; E: 322.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema TOPOLINO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Il numero complesso $2(3+i)(i-1)^{-2}$ è uguale a
A: $3i$; B: $3i-1$; C: $3i-2$; D: $6i-2$; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 8x}$
A: è crescente su $[0, +\infty)$; B: ha limite $+\infty$ per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: ha limite 0 per $x \to +\infty$; E: è decrescente su $[0, +\infty)$.

3) La retta tangente al grafico di $f(x) = \sqrt{x^2 + \cos(x) - \sin(x)}$ nel punto $(0, 1)$ è
A: $y = \frac{(x+1)}{2}$; B: $y = \frac{x+2}{2}$; C: $y = \frac{2-x}{2}$; D: $y = -\frac{x}{2}$; E: N.A.

4) La funzione $f(x) = |x^2 - 1|$ ha
A: un asintoto verticale in $x = 0$; B: un asintoto verticale in $x = 1$; C: N.A.
D: un punto angoloso in $x = -1$; E: un minimo locale in $x = 0$.

5) Il prof. ha preparato 12 esercizi di fisica. Quanti compiti diversi costituiti da 6 domande (non ordinate) può formare?
A: N.A.; B: 264; C: 86; D: $\binom{12}{4}$; E: 924.

6) L'intervallo massimo di $\mathbb{R}$ in cui la funzione $f(x) = \ln(1 + x^2)$ è concava è
A: $[1, 2]$; B: N.A.; C: $[0, 1]$; D: $[-1, 1]$; E: $[0, \infty)]$.

7) La funzione $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + 2x + 2}$ ha in $x = 1 - \sqrt{5}$
A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

8) Il polinomio di Taylor di grado 3 di $f(x) = \cos(x)\sin(x)$ in $x_0 = 0$ è
A: $x - \frac{x^3}{3!}$; B: $x - \frac{2x^3}{3}$; C: N.A. D: $x + \frac{x^3}{3}$; E: $x + x^3$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema PLUTO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) La funzione $f(x) = \dfrac{2x - x^2}{x+1}$
A: è limitata; B: ha limite 0 per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: ha asintoto obliquo $y = 2 - x$ a $+\infty$; E: ha asintoto $y = 2$ a $+\infty$.

2) La funzione $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x + 2}$ ha in $x = \sqrt{5} - 1$
A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

3) Il coniugato del numero complesso $(-1 - i)^3$ è
A: $1 - 2i$; B: $-2 + 2i$; C: $2 - i$; D: $2 - 2i$; E: N.A.

4) La retta tangente al grafico di $f(x) = 3\cosh(x) - \sqrt{x^2 + 1}$ nel punto $(0, 2)$ è
A: $y = 2x - 1$; B: $y = 1 - 2x$; C: $y = x + 2$; D: $y = 2 - x$; E: N.A.

5) Il polinomio di Taylor di grado 3 della funzione $f(x) = e^{2x}\sin(x)$ in $x_0 = 0$ è
A: $x + 2x^2 + \dfrac{11x^3}{3!}$; B: $x + 2x^2 - \dfrac{x^3}{6}$; C: N.A. D: $x - \dfrac{13x^3}{6}$; E: $x + 2x^2 - x^3$.

6) Il limite per $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2} - 1}{\sin^2(3x)}$ è uguale a:
A: 1; B: e; C: N.A. D: $\dfrac{1}{3}$; E: $\dfrac{1}{9}$.

7) Quanti anagrammi della parola ARTE si possono formare?
A: N.A.; B: 32; C: 8; D: $\dbinom{4}{3}$; E: 24.

8) L'intervallo massimo su cui $f(x) = 3x - 2^{1-2x}$ è convessa è
A: $(-\infty, 0]$; B: N.A.; C: $\mathbb{R}$; D: $[-1, 1]$; E: $[-1, \infty)$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema PAPERINO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Il limite per $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin^2(3x)}{e^{x^2}-1}$ è uguale a:
A: 1; B: $\dfrac{1}{e}$; C: N.A. D: 3 ; E: 9.

2) Il modulo del numero complesso $(-1-i)^6$ è
A: $2\sqrt{2}$; B: 8; C: 1; D: $\sqrt{2}$; E: N.A.

3) Quante bandiere diverse (a 3 posti ordinati con colori non ripetuti) si possono formare con 9 colori?
A: N.A.; B: 72; C: 432; D: $\dbinom{9}{3}$; E: 504.

4) La funzione $f(x) = \tan\left(\dfrac{2}{x^2}\right)$
A: è crescente su $[1,+\infty)$; B: ha limite 0 per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: è discontinua in $x = -1$; E: è limitata su $[1,+\infty)$.

5) La funzione $f(x) = \dfrac{x^2-3x+1}{x^2-2x+2}$ ha in $x = -(1+\sqrt{5})$
A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

6) La retta tangente al grafico di $f(x) = 1 - e^{\sin(x)}$ nel punto $(0,0)$ è
A: $y = x+1$; B: $y = 1-x$; C: $y = -x$; D: $y = x$; E: N.A.

7) La funzione $f(x) = \log_2(1+x^2)$ è concava in
A: $[0,1]$; B: N.A.; C: $[1,2]$; D: $(-\infty,0]$; E: $\mathbb{R}$.

8) Il polinomio di Taylor di grado 3 di $f(x) = \ln(1+x) - \sin(x)$ in $x_0 = 0$ è
A: $2x + \dfrac{x^3}{3!}$; B: $\dfrac{x^3}{3}$; C: N.A. D: $x - \dfrac{x^3}{2}$; E: x^3.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE								

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema A
10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio. I conti e la bruttacopia possono essere svolti su un foglio a parte, da non consegnare, e non saranno corretti.

Esercizio 1. Una gelateria prepara gelati utilizzando i seguenti ingredienti:

- gusto: cioccolato, menta, panna, crema, limone, fragola, nocciola;
- guarnitura: granella, zuccherini, scaglie di cioccolato;
- contenitore: cono, coppetta.

Ogni gelato normale viene confezionato utilizzando un ingrediente di ogni categoria. Inoltre, vengono proposti anche gelati super che contengono tre gusti differenti (con libertà di scelta per contenitore e guarnizione). Si calcoli:

a) quanti gelati normali è possibile preparare;
b) quanti gelati super è possibile preparare (supponendo che i gusti non si ripetano);
c) quanti gelati super è possibile preparare (supponendo che si possa chiedere anche due o tre gusti ripetuti).

Esercizio 2. Sia $f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$.

a) Disegnare un grafico di f mettendone in evidenza gli zeri, i punti critici, gli intervalli di monotonia e convessità.

b) Verificare in particolare che f ha un unico punto di flesso e determinare il più grande intervallo contenente questo punto sul quale f risulta invertibile.

c) Si calcoli la derivata prima di tale funzione inversa nel punto di flesso.

Esercizio 3. Calcolare lo sviluppo di Taylor al quarto ordine delle funzioni

$$\text{(i)}\ \ln(1 + x \arctan x);\, \text{(ii)}\ e^{x \arctan(-x)}.$$

Calcolare poi il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x \arctan x) + 1 - e^{x^2}}{\sqrt{1 + 2x^4} - 1}.$$

Esercizio 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{7x+11}{1+x} & \text{per } x < -2 \\ \\ |x^2 - 1| & \text{per } |x| \le 2 \\ \\ 1 + \sqrt[3]{6x^2 - 2x^3} & \text{per } x > 2 \end{cases}$$

(i) Dimostrare che f é continua su $\mathbb{R}$;

(ii) Determinare i punti in cui f è derivabile e specificare cosa accade nei punti di non derivabilità;

(iii) Determinare massimi e minimi locali di f ed il suo estremo superiore ed inferiore.

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema B
10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio. I conti e la bruttacopia possono essere svolti su un foglio a parte, da non consegnare, e non saranno corretti.

Esercizio 1. Una gelateria prepara gelati utilizzando i seguenti ingredienti:

- gusto: cioccolato, panna, crema, limone, fragola, nocciola;
- guarnitura: granella, zuccherini, scaglie di cioccolato;
- contenitore: cono, coppetta, cialda.

Ogni gelato normale viene confezionato utilizzando un ingrediente di ogni categoria. Inoltre, vengono proposti anche gelati super che contengono tre gusti differenti (con libertà di scelta per contenitore e guarnizione). Si calcoli:

a) quanti gelati normali è possibile preparare;
b) quanti gelati super è possibile preparare (supponendo che i gusti non si ripetano);
c) quanti gelati super è possibile preparare (supponendo che si possa chiedere anche due o tre gusti ripetuti).

Esercizio 2. Sia $f(x) = e^x - e^{3x}$.

a) Disegnare un grafico di f mettendone in evidenza gli zeri, i punti critici, gli intervalli di monotonia e convessità.

b) Verificare in particolare che f ha un unico punto di flesso e determinare il più grande intervallo contenente questo punto sul quale f risulta invertibile.

c) Si calcoli la derivata prima di tale funzione inversa nel punto di flesso.

Esercizio 3. Calcolare lo sviluppo di Taylor al quarto ordine delle funzioni

$$\text{(i)}\ \ln(1 - x\arctan x);\ \text{(ii)}\ e^{-x\arctan(-x)}.$$

Calcolare poi il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1 - x\arctan x) + e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + 2x^4} - 1}.$$

Esercizio 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{14x+11}{1+2x} & \text{per } x < -1 \\ \\ |4x^2-1| & \text{per } |x| \leq 1 \\ \\ 1+2\sqrt[3]{3x^2-2x^3} & \text{per } x > 1 \end{cases}$$

(i) Dimostrare che f é continua su $\mathbb{R}$;
(ii) Determinare i punti in cui f è derivabile e specificare cosa accade nei punti di non derivabilità;
(iii) Determinare massimi e minimi locali di f ed il suo estremo superiore ed inferiore.