

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema A
17 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio.

Esercizio 1.

In un paese vengono immatricolate auto con targhe fatte da cifre e lettere. Le cifre utilizzate sono 1, 2, 3, 4, 5 e le lettere utilizzate da A, B, C, D.

Ogni targa composta da 5 simboli: i primi due sono lettere, il terzo e quarto sono cifre, l'ultimo può essere una lettera o una cifra.

- a) Quante sono in totale le targhe possibili?
- b) Tra tutte le targhe possibili, quante sono le targhe che non contengono né lettere, né cifre ripetute?
- c) Tra tutte le targhe possibili, quante sono quelle che contengono una e una sola volta la lettera C?

*[Il risultato può essere lasciato espresso come prodotto senza svolgere il calcolo.
ESEMPIO: va bene scrivere $10 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4$ invece di 11200]*

Esercizio 2. a) Calcolare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine in $x_0 = 0$ delle funzioni

(i) $\ln(\cos(x) + \sin(x))$; (ii) $\ln(e^x - \sin(x))$.

b) Calcolare poi il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x) + \sin(x)) - \ln(e^x - \sin(x))}{\sin^2(2x)}.$$

c) Fare lo sviluppo di Taylor al terzo ordine in $x_0 = 0$ delle funzioni al punto a).

Esercizio 3. Sia $f(x) = e^{-x} \left(\frac{x^2}{2} - x \right)$.

- a) Determinare dominio di esistenza e segno di f' ed f'' e dedurne informazioni su intervalli di monotonia e convessità/concavità di f .
- b) Determinare estremo superiore ed inferiore, massimi e minimi locali di f e tracciarne un grafico approssimativo.
- c) Fare la stessa cosa per $g(x) = f(|x|)$.
- d) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 1$.

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema B
17 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio.

Esercizio 1.

In un paese vengono immatricolate auto con targhe fatte da cifre e lettere. Le cifre utilizzate sono 1, 2, 3, 4 e le lettere utilizzate da A, B, C, D.

Ogni targa composta da 5 simboli: i primi due sono lettere, il terzo e quarto sono cifre, l'ultimo può essere una lettera o una cifra.

- a) Quante sono in totale le targhe possibili?
- b) Tra tutte le targhe possibili, quante sono le targhe che non contengono né lettere, né cifre ripetute?
- c) Tra tutte le targhe possibili, quante sono quelle che contengono una e una sola volta la lettera C?

[Il risultato può essere lasciato espresso come prodotto senza svolgere il calcolo.

ESEMPIO: va bene scrivere $10 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4$ invece di 11200]

Esercizio 2. a) Calcolare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine in $x_0 = 0$ delle funzioni

(i) $\ln(\cos(x) - \sin(x))$; (ii) $\ln(e^x + \sin(x))$.

b) Calcolare poi il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(\cos(x) - \sin(x)) - \ln(e^x + \sin(x))}{\sin^2(3x)}.$$

c) Fare lo sviluppo di Taylor al terzo ordine in $x_0 = 0$ delle funzioni al punto a).

Esercizio 3. Sia $f(x) = e^{-x}(x - x^2)$.

- a) Determinare dominio di esistenza e segno di f' ed f'' e dedurre informazioni su intervalli di monotonia e convessità/concavità di f .
- b) Determinare estremo superiore ed inferiore, massimi e minimi locali di f e tracciarne un grafico approssimativo.
- c) Fare la stessa cosa per $g(x) = |f(x)|$.
- d) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = -1$.

