

## Soluzioni degli esercizi per il corso di Istituzioni di Matematica

*\*Funzioni, grafici, domini, immagini\**

1. Basta prendere  $f(x) = x$ ,  $g(x) = |x|$  e, nei casi a) e b),  $h(x) = x^2$ .
2. a)  $f \circ g$  in generale non é surgettiva su  $\mathbb{R}$  ma solo su  $\text{Im}(f)$ , basta considerare  $g(x) = x$  ed  $f(x) = \arctan(x)$ ; analogamente  $g \circ f$  non é surgettiva se  $f$  non lo é, basta prendere  $f, g$  come sopra.
3. Poiché  $f$  é crescente si ha che per ogni  $x, y$   $x \leq y$  implica  $f(x) \leq f(y)$ , riapplicando la proprietà ad  $x' = f(x), y' = f(y)$  si ottiene  $f(x') \leq f(y')$  ossia  $f \circ f(x) \leq f \circ f(y)$ . Analogamente si dimostra che  $f \circ f \circ f$  é crescente. In generale la composizione di funzioni crescenti rimane crescente.
4. a)  $\text{Dom}(f \circ g) = \cup_{k \in \mathbf{Z}} ([-\pi, \pi] + 2k\pi)$ ,  $\text{Im}(f \circ g) = \sqrt[3]{e-1}$ ,  $f \circ g(x) = \sqrt[3]{e^{\sin x} - 1}$ ; b)  $\text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$ ,  $\text{Im}(f \circ g) = [-5/18, 1/2)$ ,  $f \circ g(x) = \frac{x^2 + x - 1}{2x^2 + 2x + 5}$ ; c)  $\text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$ ,  $\text{Im}(f \circ g) = [1, +\infty)$ ,  $f \circ g(x) = e^{|x+2|}$ .

*\*\*Equazioni e disequazioni\*\**

1. L'equazione non ha soluzioni.
2.  $\mathbb{R}$ .
3.  $\mathbb{R}$ .
4. Le soluzioni reali sono date dall'insieme  $(-\infty, 2) \cup (7/2, 6)$ ; le soluzioni naturali sono  $\{0, 1, 4, 5\}$ , le soluzioni intere  $\{-1, -2, -3, \dots\} \cup \{0, 1, 4, 5\}$ .
5. a)  $(-\infty, 2)$ ; b)  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ .
6. Le due disuguaglianze sono equivalenti.
7. Le due disequazioni non sono equivalenti.
8. a) L'insieme soluzione é  $\mathbb{R}$ ; b) L'insieme soluzione é dato da  $\mathbb{R} \setminus \cup_{k \in \mathbf{Z}} (\pi/6, 5\pi/6) + 2k\pi$ .