Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema PIPPO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) La retta tangente al grafico di $f(x) = 2e^{\frac{x-1}{x+2}}$ nel punto $(1, 2)$ è
A: $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$; B: $y = \frac{2}{3}(x-1)$; C: $y = \frac{(4x+2)}{3}$; D: $y = -\frac{2}{3}x$; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = \dfrac{x^2+3x+1}{x^2+2x+2}$ ha in $x = 1+\sqrt{5}$
A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

3) La parte reale del numero complesso $(-1-i)^6$ è
A: 0; B: 2; C: 128; D: $\sqrt{2}$; E: N.A.

4) La funzione $f(x) = 3^{1-x^2}$
A: è crescente su $[0, +\infty)$; B: ha limite $+\infty$ per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: è discontinua in $x = 1$; E: ha asintoto $y = 0$ a $-\infty$.

5) Il polinomio di Taylor di grado 3 di $f(x) = x\ln(x^2+1)$ in $x_0 = 0$ è
A: $x - \dfrac{x^3}{3!}$; B: $x - \dfrac{x^3}{3}$; C: N.A. D: $x + \dfrac{x^3}{2}$; E: $x + x^3$.

6) Il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{\cos(x^2)(\sin(x)-x)}{e^{x^2}-1}$
A: non esiste; B: vale 1; C: N.A. D: vale -1; E: vale 2.

7) L'intervallo massimo di $\mathbb{R}$ in cui la funzione $f(x) = x - \arctan(2x)$ è convessa è
A: $[0, \sqrt{3}]$; B: N.A.; C: $[-1/\sqrt{3}, \sqrt{3}]$; D: $[-1, 1]$; E: $[0, \infty)$].

8) Il prof. ha preparato 14 quesiti di chimica. Quanti compiti diversi costituiti da 8 domande (non ordinate) può formare?
A: N.A.; B: $11 * 14$; C: 86; D: $\dbinom{14}{4}$; E: 322.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	A	C	A	E	C	C	E	A

Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema TOPOLINO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Il numero complesso $2(3+i)(i-1)^{-2}$ è uguale a
A: $3i$; B: $3i-1$; C: $3i-2$; D: $6i-2$; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 8x}$
A: è crescente su $[0, +\infty)$; B: ha limite $+\infty$ per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: ha limite 0 per $x \to +\infty$; E: è decrescente su $[0, +\infty)$.

3) La retta tangente al grafico di $f(x) = \sqrt{x^2 + \cos(x) - \sin(x)}$ nel punto $(0, 1)$ è
A: $y = \frac{(x+1)}{2}$; B: $y = \frac{x+2}{2}$; C: $y = \frac{2-x}{2}$; D: $y = -\frac{x}{2}$; E: N.A.

4) La funzione $f(x) = |x^2 - 1|$ ha
A: un asintoto verticale in $x = 0$; B: un asintoto verticale in $x = 1$; C: N.A.
D: un punto angoloso in $x = -1$; E: un minimo locale in $x = 0$.

5) Il prof. ha preparato 12 esercizi di fisica. Quanti compiti diversi costituiti da 6 domande (non ordinate) può formare?
A: N.A.; B: 264; C: 86; D: $\binom{12}{4}$; E: 924.

6) L'intervallo massimo di $\mathbb{R}$ in cui la funzione $f(x) = \ln(1 + x^2)$ è concava è
A: $[1, 2]$; B: N.A.; C: $[0, 1]$; D: $[-1, 1]$; E: $[0, \infty)]$.

7) La funzione $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + 2x + 2}$ ha in $x = 1 - \sqrt{5}$
A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

8) Il polinomio di Taylor di grado 3 di $f(x) = \cos(x)\sin(x)$ in $x_0 = 0$ è
A: $x - \frac{x^3}{3!}$; B: $x - \frac{2x^3}{3}$; C: N.A. D: $x + \frac{x^3}{3}$; E: $x + x^3$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	B	A	C	D	E	D	C	B

Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema PLUTO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) La funzione $f(x) = \dfrac{2x - x^2}{x+1}$

A: è limitata; B: ha limite 0 per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: ha asintoto obliquo $y = 2 - x$ a $+\infty$; E: ha asintoto $y = 2$ a $+\infty$.

2) La funzione $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x + 2}$ ha in $x = \sqrt{5} - 1$

A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

3) Il coniugato del numero complesso $(-1 - i)^3$ è

A: $1 - 2i$; B: $-2 + 2i$; C: $2 - i$; D: $2 - 2i$; E: N.A.

4) La retta tangente al grafico di $f(x) = 3\cosh(x) - \sqrt{x^2 + 1}$ nel punto $(0, 2)$ è

A: $y = 2x - 1$; B: $y = 1 - 2x$; C: $y = x + 2$; D: $y = 2 - x$; E: N.A.

5) Il polinomio di Taylor di grado 3 della funzione $f(x) = e^{2x}\sin(x)$ in $x_0 = 0$ è

A: $x + 2x^2 + \dfrac{11x^3}{3!}$; B: $x + 2x^2 - \dfrac{x^3}{6}$; C: N.A. D: $x - \dfrac{13x^3}{6}$; E: $x + 2x^2 - x^3$.

6) Il limite per $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2} - 1}{\sin^2(3x)}$ è uguale a:

A: 1; B: e; C: N.A. D: $\dfrac{1}{3}$; E: $\dfrac{1}{9}$.

7) Quanti anagrammi della parola ARTE si possono formare?

A: N.A.; B: 32; C: 8; D: $\dbinom{4}{3}$; E: 24.

8) L'intervallo massimo su cui $f(x) = 3x - 2^{1-2x}$ è convessa è

A: $(-\infty, 0]$; B: N.A.; C: $\mathbb{R}$; D: $[-1, 1]$; E: $[-1, \infty)$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	C	C	E	E	A	E	E	B

Seconda prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema PAPERINO

10 marzo 2017

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Il limite per $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin^2(3x)}{e^{x^2}-1}$ è uguale a:
A: 1; B: $\dfrac{1}{e}$; C: N.A. D: 3 ; E: 9.

2) Il modulo del numero complesso $(-1-i)^6$ è
A: $2\sqrt{2}$; B: 8; C: 1; D: $\sqrt{2}$; E: N.A.

3) Quante bandiere diverse (a 3 posti ordinati con colori non ripetuti) si possono formare con 9 colori?
A: N.A.; B: 72; C: 432; D: $\dbinom{9}{3}$; E: 504.

4) La funzione $f(x) = \tan\left(\dfrac{2}{x^2}\right)$
A: è crescente su $[1, +\infty)$; B: ha limite 0 per $x \to -\infty$; C: N.A.
D: è discontinua in $x = -1$; E: è limitata su $[1, +\infty)$.

5) La funzione $f(x) = \dfrac{x^2-3x+1}{x^2-2x+2}$ ha in $x = -(1+\sqrt{5})$
A: un punto di massimo locale; B: un asintoto verticale; C: un punto di minimo locale; D: N.A. E: un punto di flesso.

6) La retta tangente al grafico di $f(x) = 1 - e^{\sin(x)}$ nel punto $(0, 0)$ è
A: $y = x + 1$; B: $y = 1 - x$; C: $y = -x$; D: $y = x$; E: N.A.

7) La funzione $f(x) = \log_2(1 + x^2)$ è concava in
A: $[0, 1]$; B: N.A.; C: $[1, 2]$; D: $(-\infty, 0]$; E: $\mathbb{R}$.

8) Il polinomio di Taylor di grado 3 di $f(x) = \ln(1 + x) - \sin(x)$ in $x_0 = 0$ è
A: $2x + \dfrac{x^3}{3!}$; B: $\dfrac{x^3}{3}$; C: N.A. D: $x - \dfrac{x^3}{2}$; E: x^3.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	E	B	E	B	A	C	C	C

Soluzioni seconda prova in Itinere di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema A
10 marzo 2017

Esercizio 1. Una gelateria prepara gelati utilizzando i seguenti ingredienti:

- gusto: cioccolato, menta, panna, crema, limone, fragola, nocciola;
- guarnitura: granella, zuccherini, scaglie di cioccolato;
- contenitore: cono, coppetta.

Ogni gelato normale viene confezionato utilizzando un ingrediente di ogni categoria. Inoltre, vengono proposti anche gelati super che contengono tre gusti differenti (con libertà di scelta per contenitore e guarnizione). Si calcoli:

a) quanti gelati normali è possibile preparare;
b) quanti gelati super è possibile preparare (supponendo che i gusti non si ripetano);
c) quanti gelati super è possibile preparare (supponendo che si possa chiedere anche due o tre gusti ripetuti).

Soluzione. Per un gelato normale è necessario scegliere 1 contenitore (2 scelte possibili), 1 gusto (7 scelte possibili) ed 1 guarnitura (3 scelte possibili). Le scelte di contenitore, gusto e guarnitura sono tutte indipendenti tra loro per cui in totale si hanno $2 * 3 * 7 = 42$ abbinamenti diversi possibili.

Per un gelato super si devono assegnare 1 contenitore, 1 guarnitura, una terna di gusti. Nel caso in cui non si ammettano ripetizioni di gusto le terne di gusto possibili sono $7 * 6 * 5 = 210$ (ogni volta che si sceglie un gusto si elimina dalle scelte possibili successive), visto che l'ordine in cui metto i gelati non conta devo dividere questo numero per $3!$ (il numero delle possibili permutazioni degli stessi 3 gusti) ed ottengo 35 (che equivale infatti alle combinazioni $\binom{7}{3}$, ossia i modi per selezionare i sottoinsiemi di 3 elementi in un gruppo di 7). Tenendo conto di questo i gelati super senza ripetizioni di gusto sono $2 * 3 * 35 = 210$.

Per un gelato super con possibili ripetizioni di gusto le terne di gusti possibili sono da contare suddividendo la scelta nei tre casi:

- 3 gusti distinti: $7 * 6 * 5/3! = 35$ scelte possibili;
- 2 gusti uguali e uno distinto: 7 scelte per il gusto da ripetere 2 volte e 6 scelte rimanenti per il gusto diverso, per un totale di $7 * 6 = 42$ scelte;
- 3 gusti tutti uguali tra loro: 7 scelte possibili.

In totale ci sono dunque $35 + 42 + 7 = 84$ scelte di gusti per il gelato super e dunque, considerando 2 possibili scelte per il contenitore e 3 possibili scelte per la decorazione si hanno $84 * 2 * 3 = 504$ diversi gelati super che si possono preparare.

Esercizio 2. Sia $f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$.

a) Disegnare un grafico di f mettendone in evidenza gli zeri, i punti critici, gli intervalli di monotonia e convessità.
b) Verificare in particolare che f ha un unico punto di flesso e determinare il più grande intervallo contenente questo punto sul quale f risulta invertibile.

c) Si calcoli la derivata prima di tale funzione inversa nel punto di flesso.

Soluzione.

a) La funzione f si annulla per $e^{-x} = e^{-3x}$, ovvero per per $e^{-2x} = 1$ e dunque solo per $x = 0$. Studiamone la derivata:

$$f'(x) = e^{-3x} = -e^{-3x}\left(e^{2x} - 3\right)$$

e dunque si annulla per $x = \frac{\ln 3}{2}$. Poiché per valori miniri la derivata è sempre positiva e per valori minori la derivata è sempre negativa, la funzione ha un massimo in $x = \frac{\ln 3}{2}$ e questo è l'unico punto critico e f è crescente in $(\infty, \frac{\ln 3}{2})$ e decrescente in $(\frac{\ln 3}{2}, \infty)$. Si ha inoltre

$$f''(x) = e^{-x} - 9e^{3x} = e^{-x}(1 - 9e^{-2x})$$

dunque $f''(x) = 0$ se $1 - 9e^{-2x} = 0$, ossia per $x = \ln 3$; $f'' > 0$ per $x > \ln 3$, quindi f è concava in $(\infty, \ln 3)$, convessa in $(\ln 3, \infty)$.

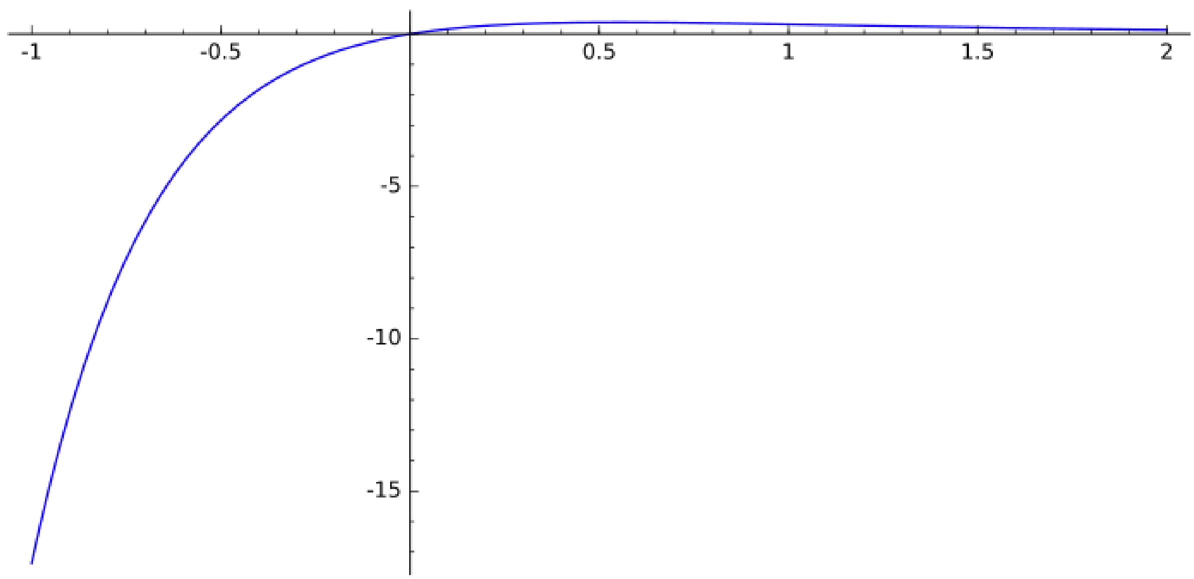

FIG. 1. Il grafico di $f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$.

b) Per quanto visto al punto precedente, $x = \ln 3$ è l'unico punto di flesso della funzione. Inoltre f risulta invertibile negli intervalli $(\infty, \frac{\ln 3}{2})$ e $(\frac{\ln 3}{2}, \infty)$ e quindi il più grande intervallo che contiene il punto di flesso e in cui f è invertibile è $(\frac{\ln 3}{2}, \infty)$.

c) Poiché $f(\ln 3) = \frac{8}{27}$, risulta

$$(f^{-1})'(\frac{8}{27}) = \frac{1}{f'(\ln 3)} = -\frac{27}{6}.$$

Esercizio 3. Calcolare lo sviluppo di Taylor al quarto ordine delle funzioni

$$\text{(i)}\ \ln(1 + x\arctan x); \text{(ii)}\ e^{x\arctan(-x)}.$$

Calcolare poi il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x\arctan x)+1-e^{x^2}}{\sqrt{1+2x^4}-1}.$$

Soluzione.

(i) Lo sviluppo di Taylor di $arctan(x)$ al quarto ordine è

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + R_4(x)$$

e dunque

$$x\arctan(x) = x^2 - \frac{x^4}{3} + R_4(x).$$

Lo sviluppo di ordine 2 di $\ln(1+x)$ è dato da

$$x - \frac{x^2}{2} + R_2(x)$$

e dunque

$$\ln(1+x\arctan x) = x^2 - \frac{x^4}{3} + R_4(x) - (x^2 - \frac{x^4}{3} + R_4(x))^2/2 + R_2(x\arctan x) =$$

$$x^2 - \frac{x^4}{3} - \frac{x^4}{2} + R_4(x) + R_2(x\arctan x)$$

e poiché $(x\arctan x) \to 0$ implica che $x \to 0$ e abbiamo che $\lim_{x\to 0} \frac{x\arctan x}{x^2} = 1$, possiamo scrivere $R_2(x\arctan x) = R_4(x)$ e dunque

$$\ln(1+x\arctan x) = x^2 - \frac{5x^4}{6} + R_4(x)$$

(ii) Per quanto visto sopra a funzione $x\arctan(-x)$ ha sviluppo

$$-x^2 + \frac{x^4}{3} + R_4(x)$$

e analogamente a prima $R_2(x\arctan(-x)) = R_4(x)$, dunque

$$e^{x\arctan(-x)} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} + R_4(x) + (-x^2 + \frac{x^4}{3} + R_4(x))^2/2 + R_2(x\arctan(-x)) =$$

$$= 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} + x^4/2 + R_4(x) = 1 - x^2 + \frac{5x^4}{6} + R_4(x).$$

Per calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x\arctan x)+1-e^{x^2}}{\sqrt{1+2x^4}-1}.$$

calcoliamo lo sviluppo di Taylor a quarto ordine di numeratore e denominatore: per quanto già visto

$$\ln(1+x\arctan x) = x^2 - \frac{5x^4}{6} + R_4(x)$$

e inoltre

$$1 - e^{x^2} = -x^2 - x^4/2 + R_4(x)$$

e dunque il numeratore risulta

$$-\frac{4x^4}{3} + R_4(x).$$

Lo sviluppo del denominatore è

$$\sqrt{1+2x^4} - 1 = x^4 + R_4(x)$$

e dunque il limite risulta pari a $-\frac{4}{3}$.

Esercizio 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{7x+11}{1+x} & \text{per } x < -2 \\ \\ |x^2-1| & \text{per } |x| \leq 2 \\ \\ 1 + \sqrt[3]{6x^2 - 2x^3} & \text{per } x > 2 \end{cases}$$

(i) Dimostrare che f é continua su $\mathbb{R}$;

(ii) Determinare i punti in cui f è derivabile e specificare cosa accade nei punti di non derivabilità;

(iii) Determinare massimi e minimi locali di f ed il suo estremo superiore ed inferiore.

Soluzione. (i) La funzione è definita a tratti e sugli intervalli $(-\infty, -2)$, $(-2, 2)$, $(2, +\infty)$ è data rispettivamente 3 diverse funzioni continue, ottenute componendo funzioni come radici, valore assoluto, potenze e "divisioni" che sono continue (si noti che su $(-\infty, -2)$ $1+x$ non si annulla mai per cui ha senso metterlo a denominatore). Rimane da controllare che f sia continua nei punti di raccordo $-2, 2$. Si calcola subito che $\lim\limits_{x\to -2-} f(x) = 3 = \lim\limits_{x\to -2+} f(x) = f(-2)$ e $\lim\limits_{x\to 2-} f(x) = 3 = \lim\limits_{x\to 2+} f(x) = f(2)$.

(ii) Vediamo cosa succede nei singoli tratti e poi sui punti di raccordo.

• $(-\infty, -2)$: La funzione è definita dal rapporto di funzioni derivabili (con denominatore mai nullo). La sua derivata in questi punti vale:

$$f'(x) = -\frac{4}{(1+x)^2};$$

• $(-2, 2)$: La funzione $|x^2 - 1|$ è la composizione di $x \to x^2 - 1$ che è derivabile ovunque, e di $y \to |y|$ che non è derivabile in $y = 0$, da cui si deduce che f è derivabile in tutti gli x tali che $x^2 - 1 \neq 0$ e che i punti $x = 1, -1$ sono da controllare con la definizione diretta. Questo è coerente con il fatto che la funzione $|x^2 - 1|$ è uguale a $x^2 - 1$ sui punti di $(-2, 2)$ su cui $x \geq 1$ oppure $x \leq -1$ e come $1 - x^2$ nei punti complementari di $(-2, 2)$, ossia quelli in cui $-1 \leq x \leq 1$. In formule

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{per } -2 < x < -1 \\ 1 - x^2 & \text{per } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & \text{per } 1 < x < 2. \end{cases}$$

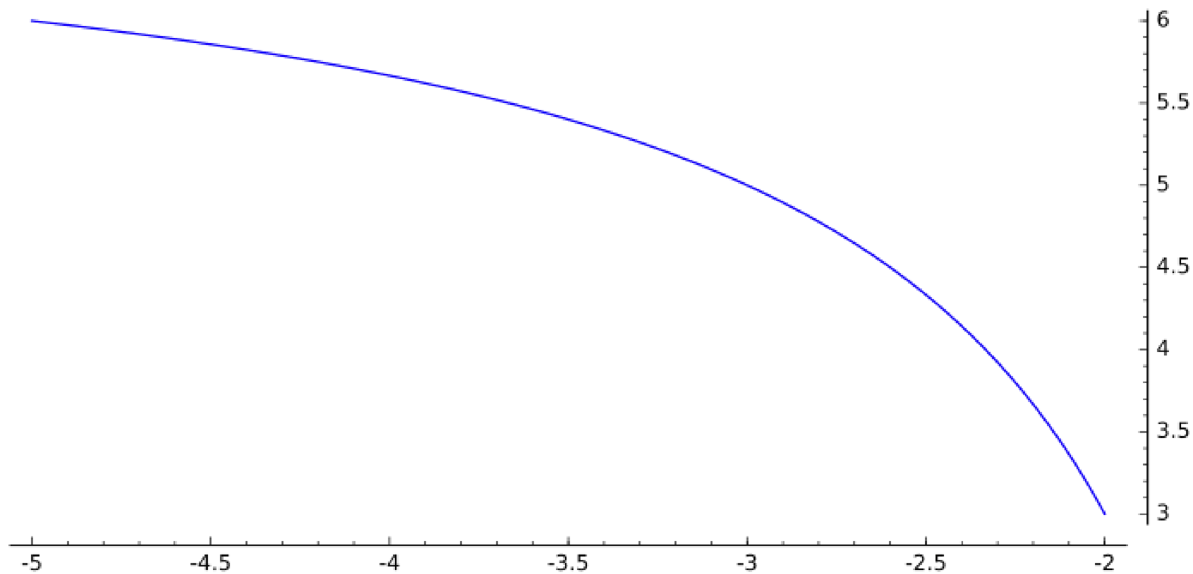

FIG. 2. Il grafico di $f(x) = \frac{7x+11}{1+x}$.

Si noti che la funzione sopra è ottenuta da $x^2 - 1$ ribaltando rispetto all'asse delle x la parte di grafico negativa. Facendo il limite del rapporto incrementale si ottiene

$$\lim_{x \to 1-} \frac{1 - x^2 - 0}{x - 1} = -2 \qquad \lim_{x \to 1+} \frac{x^2 - 1 - 0}{x - 1} = 2$$

e

$$\lim_{x \to -1-} \frac{x^2 - 1 - 0}{x + 1} = -2 \qquad \lim_{x \to -1+} \frac{1 - x^2 - 0}{x + 1} = 2,$$

da cui f non è derivabile in $x = 1, -1$ ed ha due punti angolosi in corrispondenza di questi punti, con pendenza destra 2 e pendenza sinistra -2. Invece per x in $(-2, 2) \setminus \{1, -1\}$ si ha

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{per } -2 < x < -1 \\ -2x & \text{per } -1 < x < 1 \\ 2x & \text{per } 1 < x < 2. \end{cases}$$

- $(2, +\infty)$: La funzione è ottenuta come composizione di $x \to 6x^2 - 2x^3$ (derivabile ovunque) e di $y \to \sqrt[3]{y}$ che non è derivabile in $y = 0$. Poiché $6x^2 - 2x^3 = 0$ solo per $x = 0$ oppure $x = 3$, si ha che f è derivabile in $(2, +\infty) \setminus \{3\}$ e dobbiamo indagare il restante punto $x = 3$. Tenendo conto che $f(3) = 1$ e facendo il limite dei rapporti incrementali si ottiene

$$\lim_{x \to 3-} \frac{1 + \sqrt[3]{6x^2 - 2x^3} - 1}{x - 3} = \lim_{x \to 3-} \frac{\sqrt[3]{2x^2}\,\sqrt[3]{3 - x}}{x - 3} = -\infty$$

e

$$\lim_{x \to 3+} \frac{1 + \sqrt[3]{6x^2 - 2x^3} - 1}{x - 3} = \lim_{x \to 3+} \frac{\sqrt[3]{2x^2}\,\sqrt[3]{3 - x}}{x - 3} = -\infty.$$

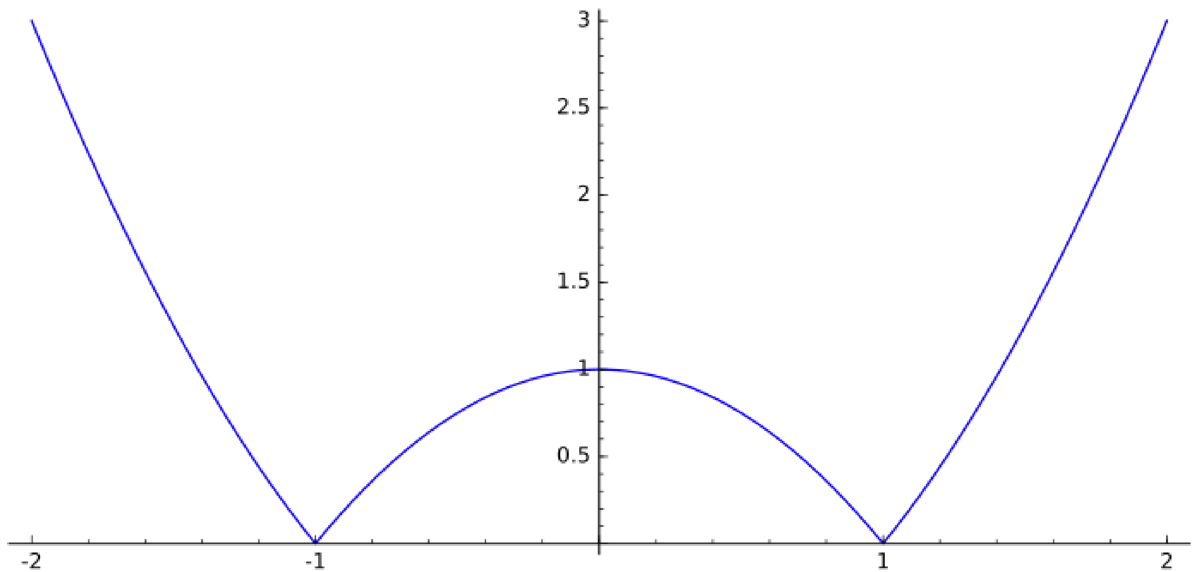

FIG. 3. Il grafico di $f(x) = |x^2 - 1|$.

La f ha quindi un punto a tangente verticale in $x = 3$ e per x in $(2, +\infty) \setminus \{3\}$

$$f'(x) = \frac{12x - 6x^2}{3\sqrt[3]{(6x^2 - 2x^3)^2}} = \frac{4x - 2x^2}{\sqrt[3]{4x^2}\sqrt[3]{(3-x)^2}} = \frac{\sqrt[3]{2x}(2-x)}{\sqrt[3]{(3-x)^2}}.$$

Rimane da vedere cosa accade nei punti di raccordo $x = 2$ ed $x = -2$.

- $\{-2\}$: Calcoliamo il limite dei rapporti incrementali

$$\lim_{x \to -2-} \frac{\frac{7x+11}{1+x} - 3}{(x+2)} = \lim_{x \to -2-} \frac{4x + 8}{(1+x)(x+2)} = -4$$

e

$$\lim_{x \to -2+} \frac{x^2 - 1 - 3}{x + 2} = \lim_{x \to -2+} x - 2 = -4,$$

da cui f è derivabile in $x = -2$ ed $f'(-2) = -4$.

- $\{2\}$: Calcoliamo il limite dei rapporti incrementali

$$\lim_{x \to 2-} \frac{x^2 - 1 - 3}{(x - 2)} = \lim_{x \to 2-} (x + 2) = 4$$

e, usando il Teorema di de l'Hopital,

$$\lim_{x \to 2+} \frac{1 + \sqrt[3]{6x^2 - 2x^3} - 3}{x - 2} = \lim_{x \to 2+} \frac{\sqrt[3]{2x}(2-x)}{\sqrt[3]{(3-x)^2}} = 0,$$

da cui f non è derivabile in $x = 2$ ed ha un punto angoloso con pendenza destra 0 e sinistra 4.

(iii) I candidati punti di max/min locali sono da ricercarsi nei punti in cui la derivata si annulla o nei punti di non derivabilità, per sup ed inf bisogna poi controllare (se esistono) i valori limite agli estremi del dominio. I candidati sono quindi il punto $x = 0$ ed i punti $x = 1, -1, 2, 3$. Inoltre $f' < 0$ su $(-\infty, -2)$, $f' > 0$ su $(-2, 2)$, $f' < 0$ su $(-2, 2)$ ed $f' < 0$

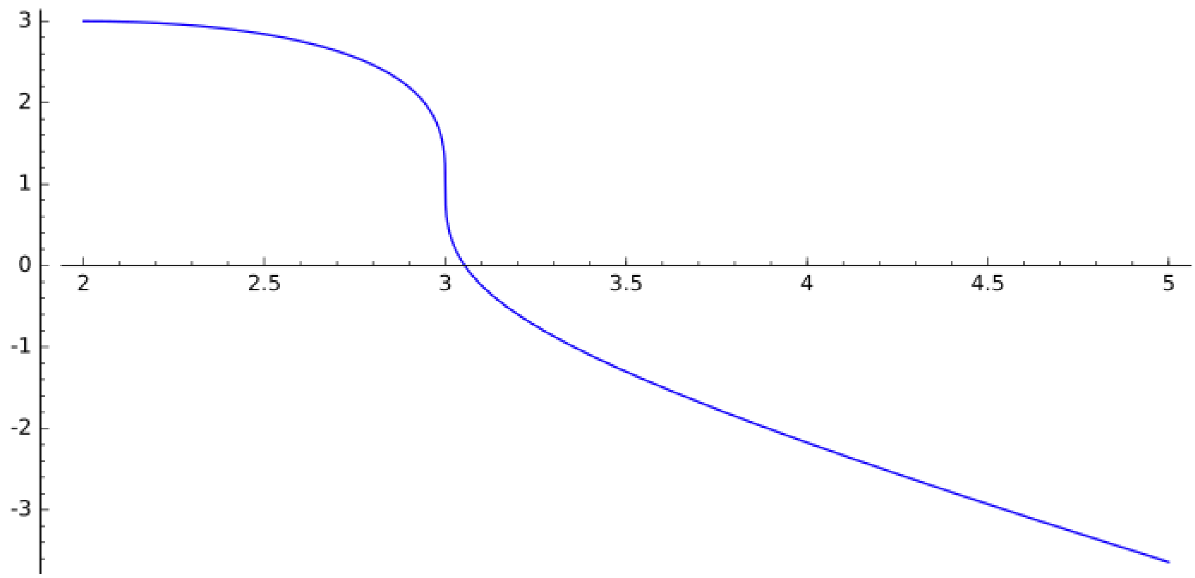

FIG. 4. Il grafico di $f(x) = 1 + \sqrt[3]{6x^2 - 2x^3}$.

su $(2, +\infty)$. Guardando il segno della derivata si vede che $x = 0$ è un punto di max locale, i punti $x = 1, -1$ sono invece dei punti di minimo locale perché in essi f si annulla ed è sempre positiva in un loro intorno. $x = 3$ invece non è un punto ne' di max, ne' di minimo locale perchè in $(2, +\infty)$ f decresce. Per quanto riguarda i limiti a $+\infty$ ed a $-\infty$ si ha

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{7x + 11}{1 + x} = 7 \quad \text{e} \quad \lim_{x \to +\infty} 1 + \sqrt[3]{6x^2 - 2x^3} = -\infty.$$

Si deduce che $\inf f = -\infty$ e $\sup f = 7$.