# Test di Calcolo Numerico

**Ingegneria Informatica 07/02/2012**

COGNOME ........................ NOME ........................

MATRICOLA... | | | | | | |

## Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

# Test di Calcolo Numerico

**Ingegneria Informatica   07/02/2012**

**1)** Determinare la cardinalità dell'insieme dei numeri di macchina $\mathcal{F} = (10, 3, -3.3)$. Nell'insieme $\mathcal{F}$, determinare la rappresentazione (per arrotondamento) dei numeri

$$\pi = 3.141592653589793\ldots \qquad \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707106781186547\ldots$$

**2)** Calcolare il numero di condizione $\mu_2(A)$ della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & i \\ 0 & 0 & -i & 1 \end{pmatrix} .$$

**3)** La funzione $\phi(x) = x^2 + 2x$ ha due punti fissi dati da $\alpha_1 = 0$ e $\alpha_2 = -1$. Lo schema iterativo

$$x_{n+1} = x_n^2 + 2x_n \,, \qquad n = 0, 1, \ldots,$$

risulta idoneo ad approssimare tali valori?
In caso affermativo, determinarne l'ordine di convergenza.

**4)** Data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & -1 & -2 & 1 & 2 \\ \hline y & 1 & -1 & \alpha & 1 & 5 \end{array}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}\,,$$

determinare i valori reali di $\alpha$ per cui il polinomio di interpolazione risulta di grado minimo.

**5)** Calcolare i pesi della formula di quadratura

$$J_1(f) = a_0 f\left(-\frac{1}{2}\right) + a_1 f\left(\frac{1}{2}\right)$$

che approssima l'integrale $\int_{-1}^{1} x^4 f(x)dx$ in modo da ottenere il massimo grado di precisione. Indicare il grado di precisione ottenuto.

# Soluzione

**1)** La cardinalità dell'insieme dei numeri di macchina è $card(\mathcal{F}) = 900*7*2+1 = 12601$.
Le rappresentazioni richieste sono

$$\pi^* = 0.314 \cdot 10^1 \ldots \qquad \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^* = 0.707 \cdot 10^0 \,.$$

**2)** La matrice $A$ è hermitiana per cui $\mu_2(A) = \frac{\max_i |\lambda_i|}{\min_i |\lambda_i|}$. Gli autovaloori di $A$ sono $\lambda_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5}$, $\lambda_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ per cui risulta

$$\mu_2(A) = \frac{\max_i |\lambda_i|}{\min_i |\lambda_i|} = \frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} = 9 + 4\sqrt{5} \,.$$

**3)** Si ha $\phi'(x) = 2x + 2$ e $\phi''(x) = 2$. Risultando

$$\phi'(0) = 2, \qquad \phi'(-1) = 0, \quad \phi''(-1) = 2,$$

il metodo non assicura la convergenza al punto fisso $\alpha_1$ mentre si può avere la convergenza al punto fisso $\alpha_2$ con ordine di convergenza pari a 2.

**4)** Escludendo la coppia di valori che contiene il parametro $\alpha$ si ha il polinomio di interpolazione $P_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. Per non alzare il grado del polinomio di interpolazione basta porre $\alpha = P_3(-2) = -11$.

**5)** Imponendo che la formula si esatta con $f(x) = 1$ e $f(x) = x$, si ottiene $a_0 = a_1 = \frac{1}{5}$. Il grado di precisione è pari a 1 risultando $E_1(x^2) \neq 0$.