

---

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 13/06/2015

---

---



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA... 

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 13/06/2015

---

---



1) Una matrice  $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  ha il polinomio caratteristico dato da

$$P(\lambda) = \lambda^4 - 3\lambda^3 + \lambda^2 - 1.$$

- a) Determinare  $\det(A)$ .
- b)  $A$  ha un autovalore nullo?
- c)  $A$  risulta convergente?

2) Calcolare i punti fissi della funzione

$$\phi(x) = \frac{x^3 + 4x^2 - 2x - 4}{x^3}.$$

3) Determinare la cardinalità dell'insieme dei numeri di macchina  $F(3, 5, -2, 2)$ .

4) Calcolare i pesi della formula

$$J_1(f) = af(0) + bf(1)$$

che approssima l'integrale  $\int_0^1 e^x f(x) dx$ .

Indicare il grado di precisione della formula ottenuta.

5) Calcolare il polinomio di interpolazione relativo alla tabella

$x$	1	-2	-1	3	-4
$f(x)$	1	4	1	9	16

# SOLUZIONE

1) Dal polinomio caratteristico (di grado pari) si deduce che il  $\det(A) = -1$ . Da questo segue che non si possono avere autovalori nulli essendo il determinante il prodotto degli autovalori. Infine, la matrice non risulta convergente avendo  $|\det(A)| \geq 1$ .

2) I punti fissi sono le soluzioni dell'equazione  $x = \phi(x)$ . Si hanno quindi i punti fissi

$$\alpha_1 = -1, \quad \alpha_2 = 2, \quad \alpha_3 = \sqrt{2}, \quad \alpha_4 = -\sqrt{2}.$$

3) La cardinalità dell'insieme di numeri di macchina è  $\text{card}(F) = 1621$ .

4) I pesi della formula si ottengono imponendo che risulti esatta per le funzioni  $f(x) = 1$  e  $f(x) = x$ . Si ottiene quindi

$$a = e - 2, \quad b = 1.$$

La formula ottenuta non risulta essere esatta per  $f(x) = x^2$  per cui il grado di precisione ottenuto è  $m = 1$ .

5) Il polinomio di interpolazione è  $P_4(x) = x^2$ .