

---

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 19/09/2012

---

---



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA... 

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 19/09/2012

---

---



- 1) Determinare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{x - y}.$$

- 2) Determinare il numero delle radici reali dell'equazione

$$e^x - |x - 2| = 0$$

indicando per ciascuna soluzione un intervallo di separazione.

- 3) Determinare per quali valori complessi di  $\alpha$  e  $\beta$  la matrice

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 2\alpha & 7 & 9 \\ 0 & 0 & 3\beta & 0 \\ 0 & 0 & 8 & \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C},$$

risulta convergente.

- 4) È dato il polinomio  $P(x) = x^3 - 2x^2 - x - 1$ .

- a) Il polinomio  $P(x)$  è il polinomio di interpolazione relativo alla tabella di valori

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -1 & -3 & -3 \end{array} ?$$

- b) Il polinomio  $P(x)$  è il polinomio di interpolazione relativo alla tabella di valori

$$\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 0 & -2 & 1 \\ \hline y & -3 & -1 & -15 & -3 \end{array} ?$$

- 5) Per approssimare l'integrale  $I = \int_0^2 f(x)dx$  si utilizza la formula di quadratura

$$J_2(f) = \frac{1}{3}f(0) + \frac{4}{3}f(1) + \frac{1}{3}f(2)$$

che ha grado di precisione  $m = 3$ .

Supponendo che si possa esprimere l'errore come  $E_2(f) = Kf^{(s)}(\xi)$ , determinare  $K$  e  $s$ .

# SOLUZIONE

- 1) Per il calcolo di  $f(x, y)$  seguiamo l'algoritmo

$$r_1 = x - y, \quad r_2 = x/r_1.$$

L'errore relativo nel calcolo della funzione è

$$\epsilon_f = \epsilon_2 - \epsilon_1 - \frac{y}{x-y}\epsilon_x + \frac{y}{x-y}\epsilon_y.$$

- 2) L'equazione data ha una sola soluzione reale  $\alpha$  appartenente all'intervallo  $]0, 0.5[$ .
- 3) Gli autovalori della matrice  $A$  sono  $\lambda_1 = \lambda_2 = \alpha$ ,  $\lambda_3 = 2\alpha$  e  $\lambda_4 = 3\beta$ . Ne segue che la matrice risulta convergente se e solo se

$$|\alpha| < \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad |\beta| < \frac{1}{3}.$$

- 4) Il polinomio  $P(x)$  non è il polinomio di interpolazione della prima tabella di valori perché il suo grado è maggiore di 2 mentre è il polinomio di interpolazione relativo alla seconda tabella di valori.
- 5) Avendo la formula grado di precisione 3, risulta  $s = 4$ . Dall'errore  $E_2(x^4) = -\frac{4}{15}$  si ricava  $K = -\frac{1}{90}$ .