Algebra – A. A. 2003-2004
primo compitino

23 marzo 2004

COGNOME: NOME:

CORSO (A, B, C, o D): MATRICOLA:

FIRMA:

VALUTAZIONE

Esercizio 1 ....

....

.... Voto:

Esercizio 2 ....

....

.... Voto:

Esercizio 3 ....

....

.... Voto:

COGNOME: NOME:

Esercizio 1 (12 punti). Si consideri al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$ il polinomio
$$p_t(x) = tx^3 + (2-t)x^2 - x - 1.$$

1. Si dica per quali $t \in \mathbb{R}$ il polinomio p_t ha 3 soluzioni distinte;
2. si scomponga p_{-3} in fattori irriducibili;
3. si determini il massimo comune divisore fra p_{-3} e $q(x) = (x-1)^3$.

COGNOME: NOME:

Esercizio 2 (12 punti). Si determini per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z & = & 4 \\ 3x - y + 5z & = & 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z & = & a + 2 \end{cases}$$

ammette una, nessuna, o infinite soluzioni.

COGNOME: NOME:

Esercizio 3 (12 punti). Si considerino i seguenti vettori in $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

- Si estraggano due vettori linearmente indipendenti w_1 e w_2 dalla terna v_1, v_2, v_3;
- si completi la coppia trovata w_1, w_2 ad una terna w_1, w_2, w_3 di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^3$.

Sia V lo spazio vettoriale dato da tutte le funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$. Si dimostri che il seguente sottoinsieme

$$W = \{f \in V | f(-1) = 0, f(1) = 0\}$$

è un sottospazio vettoriale di V.