PROGRAMMA DI TOPOLOGIA E ANALISI COMPLESSA
Docenti Cinzia Casagrande e Bruno Martelli
Anno Accademico 2006/2007
Laurea Triennale, secondo anno di corso, secondo semestre
Numero crediti: 7

CONTENUTI INSEGNAMENTO

Topologia

- Connessione per archi, componenti connesse.
- Omotopia tra funzioni continue.
- Equivalenza omotopica fra spazi topologici; spazi contraibili.
- Operazioni su cammini e classi di omotopia di cammini.
- Il gruppo fondamentale di uno spazio topologico.
- Il gruppo fondamentale è un funtore; invarianza per omotopia.
- Dipendenza dal punto base.
- Teorema di Van Kampen.
- Rivestimenti.
- Relazioni fra rivestimenti e gruppo fondamentale.
- (Facoltativo) Teorema di esistenza del rivestimento universale.

Analisi complessa

- Differenziabilità in senso complesso. Relazione con la differenziabilità in $\mathbb{R}^2$, condizioni di Cauchy-Riemann. Funzioni olomorfe.
- Integrali di funzioni continue su cammini C^1 a tratti, stima del modulo dell'integrale. Comportamento dell'integrale rispetto alla convergenza uniforme.
- Relazione tra dipendenza dell'integrale dal cammino ed esistenza di una primitiva, teorema di Goursat. Una funzione olomorfa su un disco ha primitiva.
- Integrali di funzioni olomorfe su cammini continui, definizione in termini di primitive locali. Invarianza omotopica dell'integrale. Primitive di funzioni olomorfe su aperti semplicemente connessi, il logaritmo complesso. La formula di Cauchy locale.
- Serie di potenze complesse: raggio di convergenza, olomorfia nel disco di convergenza. Funzioni analitiche. Sviluppo locale in serie di potenze per una funzione olomorfa, ogni funzione olomorfa è analitica. Formula di Cauchy per le derivate. Teorema di Morera. Convergenza uniforme di funzioni olomorfe. Zeri di funzioni olomorfe, principio di identità. Estensioni olomorfe di funzioni reali.

- Comportamento locale delle funzioni olomorfe, teorema dell'applicazione inversa. Teorema della mappa aperta. Principio del massimo modulo. Funzioni intere, teorema di Liouville.
- Serie di Laurent; sviluppo di una funzione olomorfa in una corona circolare. Singolarità isolate; classificazione tramite limite e tramite serie; teorema di Casorati-Weierstrass. Teorema di Picard, solo enunciato.
- Retta proiettiva complessa, comportamento di funzioni all'infinito. Singolarità delle funzioni intere all'infinito. I biolomorfismi del piano sono le affinità.
- Residui e indici di avvolgimento. Formula dei residui per funzioni olomorfe aventi un numero finito di singolarità isolate su un aperto semplicemente connesso. Se una funzione ha un numero finito di singolarità isolate su $\mathbb{C}$, la somma dei residui nelle singolarità e all'infinito è nulla.

TESTI DI RIFERIMENTO

Czes Kosniowski: "Introduzione alla topologia algebrica",
Serge Lang: "Complex Analysis".

OBIETTIVI FORMATIVI

Fornire allo studente nozioni e strumenti standard di topologia (quali il gruppo fondamentale e rivestimenti), introdurlo all'analisi complessa evidenziandone le differenze con quella reale e i collegamenti con la topologia.

PREREQUISITI

Nozioni base di topologia (basi, compattezza, connessione, spazi prodotto e quoziente); analisi reale in una e due variabili; elementi di teoria dei gruppi.

METODI DIDATTICI

Lezioni frontali ed esercitazioni.

MODALITÀ DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Scritto ed orale. L'ammissione all'orale si ottiene o superando i due compitini svolti durante il semestre, oppure superando una prova scritta. L'ammissione all'orale e' valida per tutti gli appelli dell'anno accademico. La consegna di uno scritto cancella automaticamente un'eventuale ammissione all'orale da scritti precedenti o dai compitini.