

Geometria iperbolica

Esercizi I

Esercizio 1. Mostra che per ogni terna di numeri reali $\alpha, \beta, \gamma > 0$ con somma $\alpha + \beta + \gamma < \pi$ esiste un triangolo nel piano iperbolico \mathbb{H}^2 con angoli interni α, β, γ . Mostra che questo triangolo è unico a meno di isometrie di \mathbb{H}^2 .

Esercizio 2. Per quali $n \geq 3$ esiste un poligono in \mathbb{H}^2 con tutti gli angoli interni retti?

Esercizio 3. Mostra che per ogni coppia di rette r, r' in \mathbb{H}^3 esiste una isometria φ di \mathbb{H}^3 tale che $\varphi(r) = r'$ e $\varphi(r') = r$.

Esercizio 4. Siano P_0, \dots, P_n punti in \mathbb{H}^n non contenuti in un iperpiano. Mostra che due isometrie φ e ψ tali che $\varphi(P_i) = \psi(P_i)$ devono coincidere su tutto \mathbb{H}^n .