

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PISA - CORSO DI LAUREA IN FISICA
ESAME SCRITTO DI ANALISI MATEMATICA IV (CORSO A)
del 20 Giugno 2006

Nome e Cognome: _____ Matricola: _____

N.B. Chi intende sostenere l'esame di Analisi Matematica III e IV svolga gli esercizi (2) e (4) del Compito di Analisi III e gli esercizi (3) e (4) del Compito di Analisi IV

1) Dato il sistema di equazioni differenziali ordinarie

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x + z \\ z' = y \end{cases}$$

si scriva esplicitamente la matrice di transizione e^{tA} e se ne calcoli il determinante.

2) Si disegni il grafico dell'estensione periodica della funzione definita da $f(x) = x^2$ nell'intervallo $(-\pi, \pi)$, si calcoli la serie di Fourier di f e si discuta la convergenza puntuale, uniforme e totale .

Utilizzando il risultato precedente, si determini la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$

3) Determinare il dominio della forma differenziale

$$\omega = y^2 z^3 dx + 2xyz^3 dy + 3xy^2 z^2 dz$$

e determinare se è una forma esatta. In caso affermativo calcolare una primitiva.

4) Sia S è la superficie costituita dal bordo dell' insieme E delimitato dal cilindro parabolico di equazione $z = 1 - x^2$ e dai tre piani $z = 0$, $y = 0$ e $y + z = 2$. Descrivere l'insieme E ed il suo bordo ∂E analiticamente. Calcolare inoltre il flusso del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy, y^2 + e^{xz^2}, \sin(xy)).$$