

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Prima parte, Tema A
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa
19 giugno 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1				X	
2				X	
3	X				
4		X			
5	X				
6		X			
7			X		
8		X			
9	X				
10					X

Prima parte, Tema A

- 1) Sia $f(x) = x^{\sqrt{x}}$, allora $f'(x)$ vale
 A: $x^{\sqrt{x}} \frac{\sqrt{x}}{x}$ B: N.A. C: $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{\log(x)}{2\sqrt{x}} \right)$ D: $x^{\sqrt{x}} \left(\frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\log(x)}{2\sqrt{x}} \right)$
 E: $e^{\sqrt{x} \log(x)}$
- 2) L'integrale improprio

$$\int_0^1 x \sin(x^a) dx$$
 converge se e solo se
 A: $a > 1$ B: $a > 0$ C: $a > -1$ D: per qualunque a E: N. A.
- 3) Sia $z = \bar{i}$. Allora $1/z$ vale
 A: i B: $-i$ C: N.A. D: $e^{-i\pi}$ E: $e^{i\pi}$
- 4) Il massimo dell'insieme

$$\{ \arctan(x^2) : x \in \mathbb{R} \}$$
 è uguale a
 A: 0 B: non esiste C: N. A. D: 1 E: $\frac{\pi}{2}$
- 5) La serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n n x^n$$
 A: converge solo per $|x| < 1$ B: converge solo per $|x| \leq 1$ C: N. A.
 D: converge solo per $x = 0$ E: converge per ogni $x \in \mathbb{R}$
- 6) La funzione $f(x) = |x| + e^x$ è
 A: monotona crescente B: convessa C: N. A. D: monotona decrescente
 E: concava
- 7) La successione $a_n = n^{\frac{1}{n}}$, per $n \rightarrow +\infty$,
 A: converge a 0 B: diverge C: converge a 1 D: N. A. E: converge a e
- 8) La funzione $f(x) = x^2 \sin(1/x)$, con $f(0) = 0$, è
 A: continua ma non derivabile ovunque B: derivabile ovunque C: N. A.
 D: di classe C^1 E: di classe C^∞
- 9) L'equazione $y''(x) - y'(x) = e^x$ con dato iniziale $y(0) = 1$
 A: ammette infinite soluzioni B: ammette una sola soluzione
 C: ammette due soluzioni D: N. A. E: non ha soluzioni
- 10) Il dominio della funzione $f(x) = \log(\min(1, x))$ è
 A: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B: \mathbb{R} C: $[1, \infty)$ D: N. A. E: $(0, \infty)$

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Prima parte, Tema B
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa
19 giugno 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

RISPOSTE:

	A	B	C	D	E
1		X			
2		X			
3		X			
4				X	
5			X		
6				X	
7					X
8	X				
9		X			
10		X			

Prima parte, Tema B

- 1) Sia $f(x) = \sqrt{x^x}$, allora $f'(x)$ vale
 A: $\frac{\log(x)}{2}\sqrt{x^x}$ B: $\frac{1+\log(x)}{2}\sqrt{x^x}$ C: $\log(\sqrt{x})\sqrt{x^x}$ D: N.A. E: $e^x \log(\sqrt{x})$
- 2) L'integrale improprio

$$\int_0^1 x^a \sin(x) dx$$
 converge se e solo se
 A: $a > -1$ B: $a > -2$ C: $a > 0$ D: per qualunque a E: N. A.
- 3) Sia $z = i$. Allora $1/z$ vale
 A: i B: $-i$ C: N.A. D: $e^{-i\pi}$ E: $e^{i\pi}$
- 4) Il massimo dell'insieme

$$\left\{ e^{-\arctan(x^2)} : x \in \mathbb{R} \right\}$$
 è uguale a
 A: 0 B: non esiste C: N. A. D: 1 E: $\frac{\pi}{2}$
- 5) La serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$$
 A: converge solo per $|x| < 1$ B: converge solo per $|x| \leq 1$ C: N. A.
 D: converge solo per $x = 0$ E: converge per ogni $x \in \mathbb{R}$
- 6) La funzione $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ è
 A: concava B: monotona decrescente C: N. A. D: limitata
 E: iniettiva
- 7) La successione $a_n = n^{\frac{1}{\log(n)}}$, per $n \rightarrow +\infty$,
 A: converge a 0 B: diverge C: converge a 1 D: N. A. E: converge a e
- 8) La funzione $f(x) = x \sin(1/x)$, con $f(0) = 0$, è
 A: continua ma non derivabile ovunque B: derivabile ovunque C: N. A.
 D: di classe C^1 E: di classe C^∞
- 9) L'equazione $y'(x) - y(x) = e^x$ con dato iniziale $y(0) = 1$
 A: ammette infinite soluzioni B: ammette una sola soluzione
 C: ammette due soluzioni D: N. A. E: non ha soluzioni
- 10) Il dominio della funzione $f(x) = \log(\max(1, x))$ è
 A: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B: \mathbb{R} C: $[1, \infty)$ D: N. A. E: $(0, \infty)$

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Seconda parte, Tema A
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa
19 giugno 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} n^{\alpha} \left(\sin \left(\frac{1}{n} \right) - \arctan \left(\frac{1}{n} \right) \right).$$

E.2 Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{x^2 y}{x^2 + 1}.$$

E.3 Dire, giustificando la risposta, per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\log(x)|^\alpha}{x+x^2} dx.$$

E.4 Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 2|} - |x|$$

e disegnarne il grafico.

Prova scritta di Analisi Matematica 1
Seconda parte, Tema B
Ingegneria dell'Energia, Univ. di Pisa
19 giugno 2013

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

E.1 Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} n^{\alpha} \left(\sin \left(\frac{1}{n} \right) - \log \left(1 + \frac{1}{n} \right) \right).$$

E.2 Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{xy + y}{x^2 + 1}.$$

E.3 Dire, giustificando la risposta, per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^{e^{\frac{\pi}{4}}} \frac{\tan(\log(x))}{(x-1)^\alpha} dx.$$

E.4 Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan(|\log(|x|)|)$$

e disegnarne il grafico.