

**Analisi Matematica I** – CdL Fisica e Astrofisica  
Sesto appello - 15 Settembre 2014

**Esercizio 1.** Dimostrare che

$$\{n \in \mathbb{N}: 2^n \leq n^2\} = \{2, 3, 4\}.$$

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = x^5 + x + 1.$$

Dimostrare che  $f$  è iniettiva e surgettiva. Sia  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione inversa di  $f$ .  
Calcolare

$$\int_1^3 g(y) dy.$$

**Esercizio 3.** Al variare del parametro reale  $\alpha$  determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{n^\alpha}$$

**Esercizio 4.** Al variare del parametro reale  $\alpha$  calcolare, se esiste, il seguente limite,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{8 + \sin(x)} - 2}{\log(1 + x^\alpha)}$$