

Analisi Matematica I

Prova scritta n. 4

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

8 settembre 2015

1. Determinare se la seguente successione definita per ricorrenza ammette limite e calcolarlo:

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{e^{a_n} - e^{-a_n}}{5} \\ a_1 = 2. \end{cases}$$

2. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = \frac{x}{e^{\frac{1}{x}}}.$$

3. Dimostrare che valgono le seguenti stime:

$$2 \leq \int_{-1}^1 e^{\sin x} dx \leq e$$

(suggerimento: si possono utilizzare le proprietà di monotonia e convessità dell'esponenziale).

4. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n^2+1}.$$

Stabilire inoltre se la serie converge assolutamente.