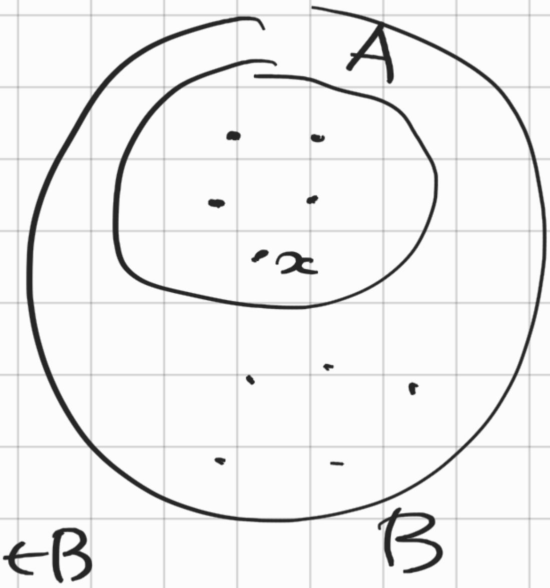
ANALISI MATEMATICA B
LEZIONE 5 – 29.9.2021

<u>INSIEMISTICA</u> $x \in A$



$$\exists \emptyset : \neg \exists x : x \in \emptyset$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B$$

$$A \supseteq B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Leftarrow x \in B$$

$$A = B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Leftrightarrow x \in B$$

Oss l'insieme $\emptyset$ è unico. $\emptyset = \{\}$

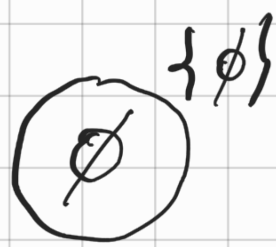
Oss $\forall A : \emptyset \subseteq A$

$$\underbrace{x \in \emptyset}_{\text{FALSO}} \Rightarrow x \in A$$

SINGOLETTO x

$$y \in \{x\} \Leftrightarrow y = x$$

$$\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\} \qquad \emptyset \in \{\emptyset\}$$

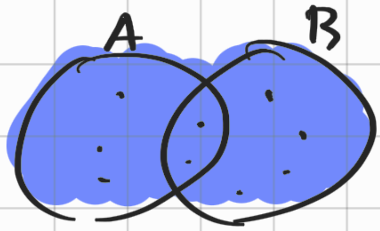


UNIONE Se A e B sono insiemi

esiste $A \cup B$

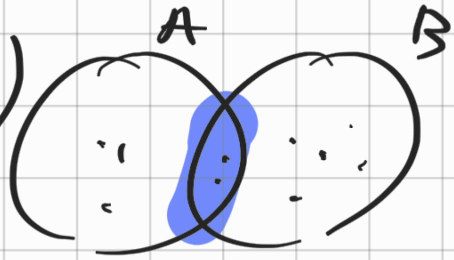
$$x \in A \cup B \iff (x \in A \lor x \in B)$$

$\cup$ $\lor$



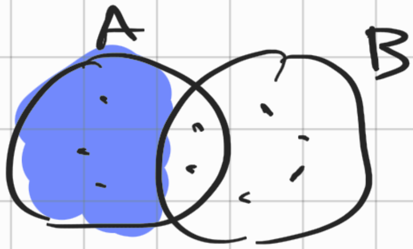
Intersezione $A \cap B$

$$x \in A \cap B \iff (x \in A \land x \in B)$$



Differenza $A \setminus B$

$(A - B)$



$$x \in A \setminus B \iff x \in A \land x \notin B$$

(diagrammi di Venn)

Assioma di specificazione

A insieme $P(x)$ esiste l'insieme:

$$y \in \{x \in A : P(x)\} \iff y \in A \land P(y)$$

~~Teoria ingenua degli insiemi~~

$$y \in \{x : P(x)\} \iff P(y)$$

$$A^c = \{x : x \notin A\} \qquad \mathcal{U} = \{x : x = x\} = \emptyset^c$$

Paradosso di Russel

$$P(x) : x \notin x$$

$$R = \{x : x \notin x\}$$

$$R \in R \iff R \notin R$$

CONTRADDIZIONE

Versione linguistica

Autologico $\qquad$ Eterologico

Eterologico è eterologico?

Es $\quad p \in G \qquad$ p pecora, G gregge

allora $\{p\} \subseteq G$

Definizione per elencazione: (Notazione)

$$\{a, b, c, d\} = \{a\} \cup \{b\} \cup \{c\} \cup \{d\}$$

Es $\quad \emptyset \notin \{\{\emptyset\}\} \qquad \emptyset \neq \{\emptyset\} \Leftarrow \emptyset \in \{\emptyset\}$

$\emptyset \notin \emptyset$

$$\begin{tikzcd}
\{\{\emptyset\}\} & \\
\{\emptyset\} \arrow[u] \arrow[r] & \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \\
\emptyset \arrow[u] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

$\uparrow \in$

$$\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

Per ora non sono in grado di costruire $\mathbb{N}$ o $\mathbb{R}$.

Assioma (insieme delle parti)

Se A è un insieme esiste

$$\mathcal{P}(A) \text{ tale che:}$$

$$B \in \mathcal{P}(A) \iff B \subseteq A$$

Oss $\forall A$: $\quad \emptyset \in \mathcal{P}(A)$

$\quad A \in \mathcal{P}(A)$

Es $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$

Es $\mathcal{P}(\{1,3,5\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1,3\}, \{1,5\}, \{3,5\}, \{1,3,5\}\}$

$$\begin{cases} 0 = \emptyset \\ 1 = \{\emptyset\} = \{0\} \\ 2 = \{0,1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \\ 3 = \{0,1,2\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \\ 4 = 3 \cup \{3\} = \{0,1,2,3\} \\ 5 = 4 \cup \{4\} = \{0,1,2,3,4\} \end{cases}$$

Es $\{5,5\} \overset{?}{=} \{5\}$

$$\{5,5\} = \{5\} \cup \{5\} = \{5\}$$

$A \cup A = A$

$P \vee P \Leftrightarrow P$

Es $\{4,2\} \overset{?}{=} \{2,4\}$

COPPIA Dati a, b

la coppia (a,b) in modo che:

$$(a,b) = (c,d)$$
$$\Updownarrow$$
$$a = c \wedge b = d$$

Esercizio Se definisco

$$(a,b) \equiv \{\{a\}, \{a,b\}\}$$

ho la proprietà richiesta.

Esercizio $(a,b) = (b,a) \iff a = b$