UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 08/01/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1\}$, n è la normale esterna a Ω lungo $\partial\Omega$, e $v(x,y) = (-e^x, xy + ye^x)$, è vero che $\int_{\partial\Omega} \langle v|n\rangle = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. La soluzione del problema $\begin{cases} x' = x \cdot e^t - t \cdot e^x \\ x(0) = 0 \end{cases}$ è di classe C^4 dove è definita? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Sia $f(x,y) = \frac{x+1+i(y+1)}{x^2-y^2-2ixy}$. La f soddisfa le equaz. di Cauchy-Riemann su $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è 2π-periodica e C^1 e $\int_{-\pi}^{+\pi} \cos(nt) f(t)\, dt = 0\ \forall n$, ne segue che f è dispari? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Data $f : [0, +\infty) \to \mathbb{C}$ tale che la trasformata di Laplace $\mathcal{L}(f)(z)$ è olomorfa per $\Re(z) > 1$, si può concludere che $\lim_{t\to\infty} |f(t)| = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia $\alpha(t) = (t, \sin(t^2/\pi), t(t-\pi))$ per $t \in [0,\pi]$ e sia $\omega = \cos(y) \cdot (\,dx + \,dz) - \sin(y) \cdot (x+z) \cdot \,dy$. Quanto fa $\int_\alpha \omega$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ π. $\boxed{\text{D}}$ -1.

7. Sia $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ una superficie che non si può esprimere localmente in nessun punto come grafico di una funzione $z = z(x,y)$. Quale è giusta? $\boxed{\text{A}}$ Σ è una sfera. $\boxed{\text{B}}$ Σ è un piano verticale. $\boxed{\text{C}}$ Σ è unione di segmenti verticali. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna tale Σ esiste.

8. In $\mathbb{R}^2$ sia α la curva di equazione $y^3 = x \cdot \cos(x+y)$. Il vettore $(-2,0)$ è mai normale ad α?
$\boxed{\text{A}}$ No, mai. $\boxed{\text{B}}$ Sì, nel punto $(0,0)$. $\boxed{\text{C}}$ Sì, nel punto $(\pi, 0)$. $\boxed{\text{D}}$ Sì, nel punto $(\pi/2, 0)$.

9. Le soluzioni dell'equazione differenziale $x' = \sin(x)$ sono:
$\boxed{\text{A}}$ Tutte definite e limitate su tutto $\mathbb{R}$. $\boxed{\text{B}}$ Tutte definite su tutto $\mathbb{R}$, ma alcune non limitate.
$\boxed{\text{C}}$ Alcune non definite su tutto $\mathbb{R}$. $\boxed{\text{D}}$ Tutte costanti.

10. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ infinitamente derivabile. Il problema di Cauchy $\begin{cases} x' = f(t,x) \\ x(0) = 0 \end{cases}$ ammette soluzione definita su tutto $\mathbb{R}$? $\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ Sì se $f(t,x) = 0$ per $|t| \geq 1$.
$\boxed{\text{C}}$ Sì se $f(t,x) = 0$ per $|x| \geq 1$. $\boxed{\text{D}}$ Sì se $f(t,x)$ non dipende da t.

11. Si consideri l'equazione alle differenze $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$. Quale condizione garantisce che il limite di $\frac{a_n}{2^n}$ sia finito? $\boxed{\text{A}}$ $a_1 = 3 \cdot a_0$. $\boxed{\text{B}}$ $a_1 = 2 \cdot a_0$. $\boxed{\text{C}}$ $a_0 = 3 \cdot a_1$. $\boxed{\text{D}}$ $a_0 = 2 \cdot a_1$.

12. Si consideri la serie di funzioni $\sum_{n=0}^\infty \frac{(x^2+1)^n}{2^n}$. Quale è giusta?
$\boxed{\text{A}}$ Converge uniformemente su $(-1,1)$. $\boxed{\text{B}}$ Definisce una funzione continua su $(-1,1)$.
$\boxed{\text{C}}$ Converge puntualmente su $[-1,1)$. $\boxed{\text{D}}$ Non converge per $x = \frac{100}{101}$.

13. Se $z = x + iy$, quanto fa la parte immaginaria di $z \cdot e^z - 1/z$?
$\boxed{\text{A}}$ $e^x(x\sin(y) + y\cos(y)) + y/(x^2+y^2)$. $\boxed{\text{B}}$ $e^x(x\sin(y) + y\cos(y)) - y/x^2 + y^2)$.
$\boxed{\text{C}}$ $(x\sin(y) + y\cos(y)) + y/(x^2+y^2)$. $\boxed{\text{D}}$ $(x\sin(y) + y\cos(y)) - y/(x^2+y^2)$.

14. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2\,dx}{(1+x^2)(4+x^2)}$? $\boxed{\text{A}}$ $2\pi/3$. $\boxed{\text{B}}$ 2π. $\boxed{\text{C}}$ $4\pi/3$. $\boxed{\text{D}}$ $\pi/3$.

15. Data $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ tale che la trasformata di Fourier della derivata f' risulta $\mathcal{F}(f')(s) = s^2 e^{-s^2}$, quanto fa $\mathcal{F}(f)(s)$? $\boxed{\text{A}}$ $is \cdot e^{-is^2}$. $\boxed{\text{B}}$ $-is \cdot e^{-is^2}$. $\boxed{\text{C}}$ $is \cdot e^{-s^2}$. $\boxed{\text{D}}$ $-is \cdot e^{-s^2}$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. F

4. V

5. F

6. C

7. C

8. B

9. A

10. C

11. B

12. B

13. A

14. D

15. D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Matematica III 00/01" + "Matematica 99/00" – Quiz del 08/01/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡