



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 13/12/00 (di prova)

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

- Se  $g(z) = f(z)^2$  e  $g$  ha una singolarità essenziale in  $z_0$ , lo stesso vale per  $f$ ?  V /  F
- Data  $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$  tale che  $|f(z)| < 1$  per  $|z| > 2$ , si può concludere che  $f$  è costante?  V /  F
- È vero che  $\int_{|z|=1} f(z) dz$  è diverso da 0 per ogni  $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$  che non si estenda in 0?  V /  F
- Se  $\Omega \subset \mathbb{C}$  è aperto e  $f \in \mathcal{H}(\Omega)$  è iniettiva, ne segue che  $g(z) = \frac{f(z)^2}{f'(z)}$  è olomorfa su  $\Omega$ ?  V /  F
- Se  $\int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^2 dt = 1$ , può essere  $\int_{-\pi}^{\pi} e^{3it} f(t) dt = 2$ ?  V /  F
- Se  $f$  ha un polo di ordine  $k$  in  $z_0$  e  $g(z) = f(z) - (z - z_0)^{-k}$ , allora  $g$  in  $z_0$ :  
 A Ha un polo di ordine  $k - 1$ .       B Ha un polo di ordine minore di  $k - 1$ .  
 C Può avere un polo di ordine  $k$ .       D Può avere un polo di ordine  $k + 1$ .
- Se  $f$  è una funzione olomorfa non costante in un intorno di  $z_0$  tale che  $f(z_0) = 1$ , quale delle seguenti affermazioni su  $g(z) = \frac{z-z_0}{1-f(z)}$  è sicuramente falsa?  
 A  $g$  ha in  $z_0$  una singolarità eliminabile.       B  $g$  ha in  $z_0$  un polo di ordine 1.  
 C  $g$  ha in  $z_0$  un polo di ordine 2.       D  $g$  ha in  $z_0$  una singolarità essenziale.
- Quanto fa  $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=2} \frac{f'(z)}{f(z)} dz$  dove  $f(z) = \frac{z^2-iz}{(z+i)^2}$ ?       A 2.       B 0.       C -1.       D -2.
- Sia  $g \in \mathcal{H}(\overline{\Delta})$  tale che 0 è l'unico zero di  $g$  ed ha molteplicità 1. Sia  $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta} \setminus \{0\})$ . Si può concludere che  $\int_{\partial\Delta} \frac{f(z)}{g(z)} dz \neq 0$ ?       A Sì, sempre.       B Sì se  $f$  ha un polo in 0.  
 C Sì se  $f$  ha una singolarità essenziale in 0.       D Sì se  $f$  si estende in 0 e ivi non si annulla.
- Quanto fa  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2-2x+2}$ ?       A  $1/\pi$ .       B  $\pi$ .       C  $2/\pi$ .       D  $2\pi$ .
- Siano  $\lambda_1, \dots, \lambda_{10} \in \mathbb{C}$  e  $f(x) = \sum_{m=1}^{10} \lambda_m \cos(mx)$ . Sia  $\alpha_n(f)$  il coefficiente di Fourier di  $f$  rispetto ad  $e_n(t) = e^{int}$ . Allora  $\alpha_n(f)$  si annulla:  
 A Per  $n = 0$  e  $|n| > 10$ .       B Per  $|n| > 10$ .       C Per  $n \leq 0$  e  $n > 10$ .       D Per ogni  $n$ .
- Sia  $f(0) = 0$  e  $f(x) = x^3 \sin(1/x)$  per  $x \in [-\pi, \pi]$  se  $x \neq 0$ . Sia  $\alpha_n(f)$  il coefficiente di Fourier di  $f$  rispetto ad  $e_n(t) = e^{int}$ . Per quali  $x$  si ha che  $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n(f) e_n(x)$ ?  
 A Per  $0 < |x| < \pi$ .       B Per  $0 < |x| \leq \pi$ .       C Per  $0 \leq |x| < \pi$ .       D Per  $0 \leq |x| \leq \pi$ .
- Sia  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$  e  $F$  una primitiva di  $f$ . Se  $f$  ha sviluppo in serie di Fourier finito, lo stesso vale per  $F$ ?       A Sempre.       B Se  $f$  ha media nulla.       C Se  $f$  è pari.       D Se  $F(0) = 0$ .
- Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pari e  $F = \mathcal{F}(f)$  la trasformata di Fourier di  $f$ . Quanto fa  $\mathcal{F}(f^2)(0)$ ?  
 A  $F(0)^2$ .       B  $\int_{-\infty}^{\infty} F(t)^2 dt$ .       C  $\frac{1}{2\pi} F(0)^2$ .       D  $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(t)^2 dt$ .
- Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  nulla fuori da  $[10, 20]$ . Sia  $g(x) = e^{ix} f(x + \pi)$ . Siano  $F = \mathcal{L}(f)$  e  $G = \mathcal{L}(g)$  le trasformate di Laplace. Allora:  
 A  $G(z) = e^{\pi \cdot z} F(z - i)$ .       B  $G(z) = e^{\pi \cdot z} F(z + i)$ .  
 C  $G(z) = -e^{\pi \cdot z} F(z - i)$ .       D  $G(z) = -e^{\pi \cdot z} F(z + i)$ .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. F

4. V

5. V

6. C

7. D

8. B

9. D

10. B

11. A

12. D

13. B

14. D

15. C



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 13/12/00 (di prova)

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

---

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥

---