



Matematica III — Quiz del 2/2/02

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Se  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  e  $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  sono derivabili, è sempre vero che  $\int_{\alpha} df = 0$ ?  V /  F
2. Siano  $(a_n^{(1)})_{n=0}^{\infty}$  e  $(a_n^{(2)})_{n=0}^{\infty}$  soluzioni dell'equazione alle differenze  $a_{n+3} = 3a_{n+2} - a_{n+1} + 5a_n$ . Se  $a_n^{(1)} = a_n^{(2)}$  per  $n = 0, 1$ , ne segue che  $a_n^{(1)} = a_n^{(2)}$  per ogni  $n$ ?  V /  F
3. È vero che  $\cos(z) = \cosh(iz)$ ?  V /  F
4. Sia  $f \in \mathcal{H}(\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\})$ . Sapendo che  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(1/n) = 1$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} |f(i/n)| = +\infty$ , si può concludere che  $f$  ha in 0 una singolarità essenziale?  V /  F
5. Se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  è  $2\pi$ -periodica e  $C^1$ , ne segue che è somma della sua serie di Fourier?  V /  F
6. Quanto fa  $\int_{\alpha} e^{x+y} (dx + dy)$  dove  $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  è data da  $\alpha(t) = (\cos(\pi t), \log(1 + \sin(t)))$ ?  
 A  $\log(2)$ .  B  $2 \sinh(1)$ .  C  $0$ .  D  $\cos(1) - \sin(1)$ .
7. Se  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$  e  $v(x, y) = (\log(1 + y^2) \cdot \sin(\pi x), y e^x)$ , quanto fa  $\int_Q \operatorname{div}(v)$ ?  
 A  $e$ .  B  $1$ .  C  $1 - e$ .  D  $e - 1$ .
8. Sia  $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$ . Quanto fa  $\int_{\Sigma} (\cos(z) dx dy - y \sin(z) dx dz)$ ?  
 A  $\cosh(1)$ .  B  $0$ .  C  $1$ .  D  $\pi$ .
9. Quali sono minimo e massimo della funzione  $z$  sotto i vincoli  $x^2 + y^2 = 1$  e  $x^2 + z^4 = 1$ ?  
 A  $-1$  e  $1$ .  B  $0$  e  $1$ .  C  $-1/2$  e  $1/2$ .  D  $-\infty$  e  $+\infty$ .
10. Sia  $x$  la soluzione di  $x' = x - t - 1$  tale che  $x(0) = 0$ . Quale è vera?  
 A  $\lim_{t \rightarrow -\infty} x(t) = 0$ .  B  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = +\infty$ .  C  $\lim_{t \rightarrow -\infty} x(t) = -\infty$ .  D  $x$  è limitata.
11. Sia  $x$  la soluz. di  $x' = (x - 1)^4$  con  $x(0) = 0$ . L'intervallo massimale di definizione di  $x$  è del tipo:  
 A  $(-a, a)$ .  B  $(-\infty, a)$ .  C  $(-a, \infty)$ .  D  $(-\infty, \infty)$ .
12. La serie di potenze reale  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+1} x^n$  converge agli estremi del suo intervallo di convergenza?  
 A Su entrambi.  B Su nessuno dei due.  C Sul destro.  D Sul sinistro.
13. Se  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 2\}$ ,  $f \in \mathcal{H}(\overline{\Omega})$  e  $|f(z)| \leq 2$  per  $z \in \partial\Omega$  si può concludere che  $|f''(0)|$  è maggiorato da:  
 A  $1/2$ .  B  $1$ .  C  $2$ .  D  $4$ .
14. Sia  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Re}(z) < 1\}$  e  $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ . Quale delle seguenti ipotesi garantisce che  $f$  è sempre nulla?  
 A  $f(\frac{n}{1+2n} + \frac{i}{1+n}) = 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .  B  $f(\frac{1}{1+n} + in) = 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .  
 C  $f(\frac{n}{1+2n} + in) = 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .  D  $f(\frac{1}{1+n} + \frac{i}{1+n}) = 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .
15. Quanto fa  $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z-1|=1} \frac{8z^7 dz}{z^8-1}$ ?  A  $0$ .  B  $1$ .  C  $i$ .  D  $3$ .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



---

Matematica III — Quiz del 2/2/02

---

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

- 1. V F
- 2. V F
- 3. V F
- 4. V F
- 5. V F
- 6. A B C D
- 7. A B C D
- 8. A B C D
- 9. A B C D
- 10. A B C D
- 11. A B C D
- 12. A B C D
- 13. A B C D
- 14. A B C D
- 15. A B C D

---

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

---



## Risposte esatte

. . .

1. F

2. F

3. V

4. V

5. V

6. B

7. D

8. D

9. A

10. C

11. C

12. D

13. B

14. A

15. D